



UNIVERSIDADE
E D U A R D O
MONDLANE

FACULDADE DE ECONOMIA

Mestrado em Ciências Actuarias

Hélder Manuel Machava

Tema:

Estudo Comparativo das Metodologias de Cálculo das Provisões IBNR em Moçambique

Maputo, Novembro de 2024

Hélder Manuel Machava

Estudo Comparativo das Metodologias de Cálculo das Provisões IBNR em Moçambique

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Economia da Universidade Eduardo Mondlane, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências Actuarias.

Supervisor: Prof. Doutor Calisto Justino Guambe

Maputo, Novembro de 2024

DECLARAÇÃO

Eu, Hélder Manuel Machava, declaro que esta dissertação é da minha autoria e resulta da minha investigação. Esta é a primeira vez que a submeto para fins de avaliação para obtenção de um título académico numa instituição educacional.

O autor

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'H' and 'M' followed by a horizontal line.

(Hélder Manuel Machava)

Maputo, Novembro de 2024

APROVAÇÃO DO JÚRI

Este Trabalho foi aprovado no dia ____ de _____ de 20____ por nós, membros do júri examinador nomeado pela Faculdade de Economia da Universidade Eduardo Mondlane.

O Presidente

O Arguente

O Supervisor

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Stela Gabriel e às minhas filhas Hashley e Win que foram um suporte imensurável durante o curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus Todo-Poderoso, pela graça e pelas ricas misericórdias Dele que se renovam a cada manhã. Reconhecendo que cheguei aqui graças a Ele.

Aos meus pais e irmãos por tudo quanto fizeram e por serem rigorosos quando o assunto é academia, foram de certa forma os meus motivadores.

Agradeço de forma imensurável ao meu supervisor Prof. Doutor Calisto Justino Guambe, o considero pai académico pois para além de ter sido suporte, é um exemplo a seguir. Foi o apoio que precisava para levar esta dissertação até ao fim.

Agradeço aos companheiros da batalha, os colegas das MCA 2^a, 3^a e 4^a Edições e toda equipa de professores de pós graduação da Faculdade de Economia, que contribuíram para que este sonho se tornasse realidade. À Dra. Gulsham Cadir, Directora do curso, o meu muito obrigado.

Agradeço a todos os profissionais do ramo de seguros que me apoiaram nesta jornada em especial ao Dr Joaquim G., funcionário numa das maiores empresas de sector seguro de Moçambique.

Obrigado à todos que de forma directa ou indirecta contribuíram para prossecução deste trabalho.

*“Em um mundo de incertezas, o cálculo
preciso é a linguagem da segurança”*

Inspirado em Blaise Pascal

ÍNDICE

ÍNDICE.....	8
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	9
LISTA DE TABELAS.....	10
LISTA DE GRÁFICOS E FIGURAS.....	11
RESUMO.....	12
CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO.....	13
1.1 Contextualização.....	13
1.2 Problema de Pesquisa.....	14
1.2.1 Pergunta de Pesquisa.....	15
1.3 Objectivos da Pesquisa.....	16
1.3.1 Objectivo Geral:.....	16
1.3.2 Objectivos Específicos:.....	16
1.4 Justificativa.....	16
1.5 Estrutura da pesquisa.....	18
CAPÍTULO II: REVISÃO DA LITERATURA.....	19
2.1. Definição de conceitos.....	19
2.1.5. Provisões de sinistros ocorridos e não reportados (provisões IBNR).....	20
2.1.6. Triângulo run-off.....	20
2.1.7. Noção das metodologias determinísticas de estimação das reservas.....	21
2.1.8. Noção das metodologia estocástica de estimação das reservas de sinistros.....	21
2.2. Quadro teórico.....	22
2.2.1. Estudos empíricos.....	34
2.2.2. Estudos empíricos versus nosso estudo.....	34
CAPÍTULO III: METODOLOGIA DE PESQUISA.....	50
3.1. Variáveis e indicadores de estudo.....	51
3.2. Procedimento de análise.....	52
3.3. Limitações da pesquisa.....	52
CAPÍTULO IV: APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	53
CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77
ANEXOS:.....	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASB:	Actuarial Standard Board;
EMOSE:	Empresa Moçambicana de Seguros;
EQMP:	Erro Quadrático Médio de Previsão;
IBNR:	Incured But Not Reported;
MCL:	Método de Chain Ladder;
MBF:	Método de Bornhuetter Ferguson;
MBo:	Método de Bootstrap;
MSEP:	Mean Squared Error of Prediction;
MTM:	Método de Thomas Mack;
PBEs:	Prémios Brutos Emitidos;
PPNG:	Provisão de Prémios não ganhos;
PPNG-RVNE:	Provisão de Prémios Não Ganhos para Riscos Vigentes e Não Emitidos;
PSL:	Provisão de Sinistros a Liquidar;
RMSEP:	Root Mean Squared Error of Prediction;
REQMP:	Raiz Quadrático Médio de Previsão;
ISSM:	Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique.
u.m	unidades monetárias

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1:	Notação matemática do triângulo de run off;
Tabela 2.2:	Triângulo Completo de Run Off;
Tabela 3.1:	Dados do Estudo (Triângulo de Run Off)
Tabela 4.1:	Montantes pagos no Ramo Automóvel em Forma Incremental;
Tabela 4.2:	Matriz de Run Off Acumulada da Companhia XYZ;
Tabela 4.3:	Factores de desenvolvimento do MCL;
Tabela 4.4:	Matriz de Run Off Completada do MCL;
Tabela 4.5:	Reservas segundo MCL;
Tabela 4.6:	Resultados do MBF com pressupostos do Mercado;
Tabela 4.7:	Factores Individuais (Link Ratio);
Tabela 4.8:	Matriz $r_{i,k}$ para cálculo de coeficiente de Spearman;
Tabela 4.9:	Matriz $s_{i,k}$ para cálculo de coeficiente de Spearman;
Tabela 4.10:	Coeficiente de Spearman em cada ano de desenvolvimento;
Tabela 4.11:	Matriz dos Small e Large Factors;
Tabela 4.12:	Momentos da Variável Z;
Tabela 4.13:	Par dos pagamentos e resíduos;
Tabela 4.14:	Variância (σ^2) e EQM para cálculo de Previsão;
Tabela 4.15:	Resultados do MTM;
Tabela 4.16:	Matriz ajustada dos pagamentos acumulados;
Tabela 4.17:	Resíduos de Person não corrigidos;
Tabela 4.18:	Resíduos de Person Corrigidos;
Tabela 4.19:	Matriz Incremental de Pseudo dados;
Tabela 4.20:	Matriz acumulada completada de pagamentos;
Tabela 4.21:	Reservas pelo MBo;
Tabela 4.22:	Resultados do MBo;
Tabela 4.23:	Estatística do MBo;
Tabela 4.24:	Tabela Comparativa de modelos de cálculo das reservas.

LISTA DE GRÁFICOS E FIGURAS

- Gráfico 1.1:** Tabela de Crescimento de PBEs;
- Gráfico 1.2:** Processo de Tratamento de Sinistros;
- Gráfico 1.3:** Projecção de Inflação Moçambicana 2022-2024;
- Gráfico 4.1:** Verificação da paridade dos coeficientes de Mack;
- Gráfico 4.2:** Resíduos ponderados dos anos 1,2,3;
- Gráfico 4.3:** Resíduos ponderados dos anos 4,5,6;
- Gráfico 4.4:** Resíduos ponderados dos anos 7,8;
- Gráfico 4.5:** Verificação da independência dos resíduos;
- Gráfico 5.1:** Metodologias de acordo com a Prudência, custo e Sofisticação.

Resumo

As empresas de seguro lidam essencialmente com a gestão de risco, por isso, existem reservas financeiras que devem ser estabelecidas para a maioria dos segmentos em que estas companhias actuam, designadas provisões técnicas, das quais fazem parte as provisões para sinistros IBNR, que em determinada ocasião, equivalem ao montante necessário para cobrir as indemnizações de todos os sinistros ocorridos, porém ainda não informados pelos tomadores de seguro. As reservas de sinistros ocorridos mas não avisados (IBNR) devem corresponder dentro de possível, à melhor estimativa dos riscos assumidos. O objectivo do presente trabalho é de analisar os resultados da aplicação em um triângulo de *run off*, das metodologias de cálculo das provisões para sinistros IBNR, determinísticas, a de *Chain Ladder e Bornhuetter-Ferguson* e as estocásticas, de *Thomas Mack e Bootstrap*. Os resultados obtidos revelaram que os quatro métodos são importantes para as companhias, no entanto, os métodos de Thomas Mack e Bootstrap revelaram-se mais aplicáveis uma vez que para além da estimativa pontual, trouxeram medidas de variabilidade para os dados em estudo.

Palavras-Chave: *Provisões IBNR; Triângulo de run-off; Metodologias determinísticas; Metodologias estocásticas.*

Abstract:

Insurance companies essentially deal with risk management, and as such, they must establish financial reserves for most of the segments in which they operate, known as technical provisions. These include IBNR (Incurred But Not Reported) claims reserves, which represent the amount needed to cover compensation for all claims that have occurred but have not yet been reported by policyholders. A primary concern for insurance companies is to ensure that the IBNR reserves, as accurately as possible, reflect the best estimate of the assumed risks. The objective of this study is to analyze the results of applying deterministic methods (Chain Ladder and Bornhuetter-Ferguson) and stochastic methods (Thomas Mack and Bootstrap) to calculate IBNR claims reserves within a run-off triangle. The results revealed that all four methods are valuable for insurance companies; however, the Thomas Mack and Bootstrap methods proved more applicable as they, in addition to providing point estimates, offered measures of variability for the data under study.

Keywords: *IBNR Provisions; Run-off Triangle; Deterministic Methods; Stochastic Methods.*

CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO

Neste capítulo do trabalho, o nosso foco está em trazer aspectos relevantes que constituíram elementos base para prossecução da pesquisa. Trazemos a contextualização do tema escolhido, bem como a definição do problema de pesquisa que culminou com a definição da pergunta de partida.

De seguida, apresentamos os objectivos gerais e específicos, ilustrando os passos com exactidão da linha que a pesquisa seguiu. Ainda nesta sessão, trazemos a justificativa do tema e sua relevância para o contexto em questão.

No final do capítulo, ilustramos de forma clara e generalizada a organização deste trabalho.

Refira-se que, ao longo desta dissertação, abordamos aspectos chave, que complementando-se entre si constituíram aspectos relevantes para a obtenção dos resultados aqui apresentados.

1.1 Contextualização

Nos últimos anos a actividade seguradora em Moçambique destacou-se pela sua resiliência face a conjuntura económica, marcada principalmente pelo impacto da existência de eventos extremos, tais como, a pandemia da COVID-19 e a suspensão de grandes projectos de exploração de gás natural na Bacia de Rovuma. O Relatório da Actividade Seguradora de 2021, revelou que houve um crescimento de 9,4%, na produção global das empresas de seguro (Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique [ISSM], (2022).

As companhias seguradoras existem para assumir e gerir riscos que as pessoas ou empresas não querem ou não conseguem suportar sozinhas, existem reservas financeiras que devem ser estabelecidas para a maioria dos segmentos em que as companhias de seguro actuam, designadas provisões técnicas, das quais fazem parte as provisões IBNR, que em determinada ocasião, equivalem ao montante necessário para cobrir as indemnizações de todos os sinistros ocorridos, porém ainda não informados, pelos tomadores de seguro.

Reservar IBNR para indemnizações futuras de sinistros é parte das actividades das companhias seguradoras e para tal, é necessário aplicar métodos estatísticos com vista a mitigar riscos e cumprir exigências do regulador.

Entretanto, é da responsabilidade do actuário contabilizar o valor mais adequado para as provisões técnicas, sem levar a companhia a insolvência ou comprometer o seu resultado com

provisão sobre ou subfacturada. Dentre os diversos resultados apresentados por diversas metodologias estatísticas possíveis, constitui um desafio para o actuário o processo de tomada de decisão e esta deve ser de grande responsabilidade, sendo necessário que se observe o maior número de variáveis possíveis, bem como, o envolvimento nas decisões de negócios e estratégias da companhia, para que possa utilizar a melhor estimativa possível para o cálculo das provisões técnicas.

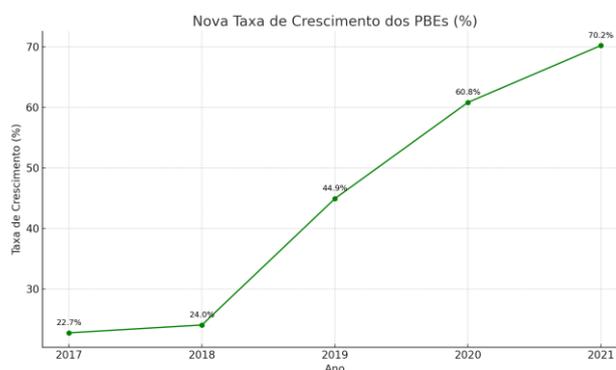
O objectivo da pesquisa foi o de, através da aplicação, em dados reais de uma seguradora moçambicana, das principais metodologias determinísticas e estocásticas de cálculo das provisões IBNR, analisar os resultados obtidos e realizar uma avaliação da metodologia que melhor se adequa a realidade dos dados avaliados.

Dado o objectivo, faz-se nesta dissertação uma comparação e avaliação dos resultados obtidos a partir da aplicação prática dos métodos determinísticos de Chain Ladder e Bornhuetter-Ferguson e os estocásticos, Thomas Mack e Bootstrap de modo a propor aquela que seria a melhor estimativa de reservas para sinistros.

1.2 Problema de Pesquisa

Com o crescimento da produção de seguros nos últimos anos (vide Gráfico 1.1), urge a necessidade de reservar de forma otimizada, reservas para sinistros, de modo que as empresas de seguros cumpram com as responsabilidades em relação aos tomadores de seguro, para tal não basta apenas a sua constituição percentual e sem sustento científico, mas se mostra necessário a aplicação de métodos actuariais desenvolvidos para o efeito e que tragam resultados desejáveis.

Gráfico 1.1: Taxa de Crescimento dos PBEs (%).



Fonte: Produção do autor com base em dados do ISSM (2022).

Recorrendo ao n.º 7 do artigo 39º do Decreto n.º 30/2011, de 11 de Agosto, não sendo possível o recurso a métodos estatísticos, a provisão para os ramos não-vida pode ser calculada pelo correspondente a 5% dos custos com sinistros ocorridos e declarados no exercício, por isso, muitas seguradoras evitam o uso de métodos complexos que dão maior confiabilidade as reservas para sinistros.

Por outro lado, o tomador de seguro, ao envolver-se em um sinistro, pode por várias razões, não notificar o mesmo no acto da ocorrência, como exemplo, no caso do ramo vida, no qual os beneficiários da apólice muitas vezes desconhecem a mesma, ou ainda, quando os beneficiários adiam sua notificação à seguradora devido ao seu período de luto, ou mesmo pela demora no processo de inventário do segurado (Santos, 2019).

Ainda segundo Santos (2019), no segmento automóvel, em caso do atraso na notificação do sinistro, a proporção do valor pago pelos reportes atrasados é significativa. Como exemplo o autor cita que, para uma dada seguradora, do total de sinistros do segmento de automóveis ocorridos no primeiro trimestre de 2009, um terço não foram reportados dentro do exercício económico daquele ano.

Com o exposto mostra-se relevante a previsão do valor das reservas IBNR do segmento de automóveis, equilibrando o exigido pela lei e o que poderá estar próximo da realidade ou seja, a melhor estimativa possível.

No contexto nacional, analisando, os dados do exercício económico do ano 2021, da Empresa Moçambicana de Seguros (EMOSE) verificamos que, em 2020 houve um aprovisionamento de cerca de 610 milhões de Meticais para sinistros do segmento automóvel, apenas 247 milhões de Meticais foram necessários para o pagamento dos custos, o que representa um distanciamento acima de 50%. Pode-se questionar se o valor poderia ter sido devidamente estimado com recurso a modelos próprios de cálculo das provisões, evitando a sobre facturação e desta forma aumentar a disponibilidade de recursos para o investimento?

1.2.1 Pergunta de pesquisa

De acordo com o contexto e o argumento acima mencionado, a questão de partida para a nossa pesquisa é:

Qual é a metodologia de cálculo das provisões para sinistros IBNR que apresenta resultados adequados e que satisfazem as características do segmento do seguro automóvel em Moçambique?

1.3 Objectivos da Pesquisa

1.3.1 Objectivo Geral:

O objectivo da pesquisa é de analisar os resultados da aplicação das metodologias determinísticas e estocásticas de cálculo das provisões IBNR para o ramo automóvel em Moçambique;

Este objectivo será alcançado através dos seguintes objectivos específicos.

1.3.2 Objectivos específicos:

- Caracterizar o ramo automóvel em Moçambique e contextualizar o mercado de seguros em Moçambique e sua evolução;
- Debruçar sobre o papel do actuário no tratamento de dados para a modelagem das provisões;
- Descrever os tipos de provisões, seu contexto e enquadramento jurídico em Moçambique;
- Definir os Sinistros IBNR, sua importância nas companhias seguradoras;
- Descrever as principais metodologias de cálculo das provisões IBNR;
- Ilustrar de forma prática a constituição das provisões IBNR através das metodologias estudadas;
- Efectuar a análise comparativa dos resultados por meio da observação de cenários.

1.4 Justificativa

Sustentamos a relevância desta pesquisa pelos seguintes factos:

Parte do passivo das Seguradoras do ramo não vida é representado pelas provisões técnicas, das quais se destacam as provisões para sinistros, sendo que, estas companhias devem constituir e manter as provisões técnicas adequadas de forma a cumprir com as responsabilidades assumidas perante seus clientes, caso contrário, um aprovisionamento incorrecto das responsabilidades pode comprometer a solvência da companhia.

Apesar do mercado de seguros moçambicano estar em ascensão, constitui preocupação cada vez mais crescente a constituição de provisões técnicas adequadas que permitam fazer face ao cumprimento das obrigações assumidas perante os tomadores de seguro, sendo importante que as mesmas correspondam com a realidade dos compromissos assumidos.

Segundo o ISSM (2022), em 2021, as seguradoras moçambicanas constituíram provisões técnicas num total de 18,426.6 milhões de Meticais, o que representa um aumento de 102%, se comparado com o período homólogo de 2020, sendo que, deste valor, cerca de 14,274.4 milhões de Meticais foram do ramo não vida. As provisões técnicas do ramo não vida, cresceram 12%, em relação a 2020, tendo as provisões para sinistros, uma variação de 13,6%, situando-se em cerca de 9294,6 milhões em 2021, contra 8185,2 milhões de meticais em 2020,

Segundo o mesmo relatório, a taxa de cobertura da margem de solvência do mercado em 2021 observou uma redução de 35.4 pontos percentuais, não obstante a redução verificada, o nível de solvabilidade do mercado manteve-se adequado, passando de 419.5% em 2020, para 384.1% em 2021.

De uma forma geral, as seguradoras estão sujeitas a custos que são exclusivos do mercado segurador nas suas operações, sendo que, os mais notórios são os sinistros de seguros e suas provisões. As provisões técnicas são um elemento fundamental na gestão de uma empresa que assume riscos e, se estiverem superdimensionadas, comprometem a distribuição de lucros da empresa mas, caso contrário, se estiverem subdimensionadas, podem conduzir à insolvência da seguradora.

As metodologias determinísticas e estocásticas bem aplicadas podem, contribuir para a escolha equilibrada do valor a ser provisionado para sinistros e desta forma fazer com que a seguradora continue financeiramente estável.

Portanto, é de capital importância para o actuário ter ferramentas estatísticas (metodologias) diversificadas que lhe permitam estimar de melhor forma as provisões para sinistros e, poder manter a saúde financeira da seguradora, permitindo que haja satisfação por parte dos intervenientes de risco, neste caso os interessados nesta actividade nomeadamente, os tomadores de seguros, gestores, accionistas, auditores, autoridades fiscais e reguladores.

Ademais, as provisões técnicas são importantes na determinação do volume do imposto pago pela companhia seguradora, ou a serem por ela provisionados ou mesmo recuperados no futuro, uma vez que influem directamente no resultado bruto que serve de base para a tributação.

A aplicação dos métodos de cálculo neste projecto, tem como principal intuito facultar uma perspectiva prática da utilização dos mesmos em um contexto real de uma seguradora, contribuindo para a consulta por parte dos actuários.

A pesquisa visa contribuir para a classe dos actuários e outros interessados, melhorando a compreensão do processo de avaliação de reservas, aumentando a confiabilidade dos resultados obtidos. Contribuirá também para o enriquecimento do material para a leccionação de ciências actuariais, disponibilizando uma abordagem lógica para o uso e análises das metodologias para o calculo de provisões IBNR.

1.5 Estrutura da Pesquisa

A Pesquisa apresenta a seguinte estrutura organizacional:

O *primeiro capítulo* é relativo a introdução e inclui a contextualização, definindo o problema da pesquisa, a hipótese, os objectivos do estudo, a delimitação bem como a justificativa do tema.

O *segundo capítulo*, apresenta a revisão da literatura, discutindo a operacionalização dos conceitos do estudo, o embasamento teórico que orientou o desenvolvimento da pesquisa. Nesta senda, foram abordados tópicos como actividade seguradora em Moçambique, tipos de sinistros, papel do actuário, principais metodologias de cálculo das provisões IBNR, sua importância no funcionamento de uma seguradora, as vantagens e desvantagens dos modelos bem como sua evolução ao longo do tempo.

O *terceiro capítulo*, aborda aspectos metodológicos e o *quarto* reserva-se a apresentação e discussão dos resultados, trazendo resposta a principal questão de partida, onde são aplicadas de forma prática as principais metodologias em dados reais do segmento automóvel.

No *quinto e último capítulo*, apresentam-se as conclusões e recomendações.

CAPÍTULO II: REVISÃO DA LITERATURA

Diversas metodologias são amplamente abordadas no meio actuarial, deste modo, a revisão da literatura se propõe a trazer alguns conceitos relevantes bem como as abordagens que são feitas em torno das provisões, metodologias e do papel do actuário na definição de reservas para sinistros IBNR.

Primeiramente, apresentamos o enquadramento teórico e conceptual do estudo, o qual abrange a definição dos conceitos e as teorias fundamentais que orientaram as análises realizadas.

Em seguida, realizamos uma análise crítica e abrangente das pesquisas e estudos relevantes conduzidos sobre o tema proposto.

Ainda neste capítulo, apresentamos as principais metodologias, objectos de estudo desta dissertação, a saber, os métodos determinísticos de Chain Ladder e Bornhutter-Ferguson, e os estocásticos, Thomas Mack e Bootstrap.

2.1. Definição de Conceitos

Nesta secção apresentamos definições técnicas básicas no contexto geral de seguro, elaboradas Pinhal (2003), Santos (2019), Costa (2016), Hindley (2018)

Definimos Apólice, contrato de seguro, premio, provisões para sinistros, provisões IBNR, triângulo de *run off*, metodologias estocásticas e determinísticas, Erro Médio Quadrático (EQM),

2.1.1. Apólice

É um documento escrito e emitido pela companhia seguradora, que após aceitação da proposta de seguro, torna-se parte integrante do contrato de seguro, formaliza o contrato de seguro entre tomador de seguro e seguradora, estabelecendo e regulando as condições de tratamento do risco em causa.

2.1.2. Contrato de Seguro

Considera-se um acordo entre duas partes, a companhia seguradora (empresa autorizada a subscrever contractos de seguro) e o tomador de seguro/segurado (pessoa jurídica individual ou colectiva) que se responsabiliza pelo pagamento pontual do prémio de seguro.

2.1.3. Prémio

É a importância paga pelo segurado, ou estipulante, à seguradora em troca da transferência do risco a que ele está exposto. Em princípio, o prémio resulta na aplicação de uma percentagem (taxa) à importância segurada. O prémio deve corresponder ao preço do risco transferido à seguradora.

2.1.4. Provisões para Sinistros

Corresponde ao custo total estimado que a seguradora suportará para regularizar todos os sinistros, incluindo as despesas de gestão correspondentes, que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham sido comunicados ou não (ainda não regularizados e liquidados. A Provisão subdivide-se em: PSL - sinistros ocorridos e ainda por liquidar; e IBNR - sinistros ocorridos e ainda não reportados, e custos directos e indirectos associados à sua respectiva regularização, no final de cada exercício.

2.1.5. Provisões de sinistros ocorridos e não reportados (provisões IBNR)

Sinistros IBNR são sinistros ocorridos e não reportados, acrescidas dos custos directos e indirectos associados à sua respectiva regularização, no final de cada exercício (Pinhal, 2003).

Provisões IBNR são reservas financeiras que devem ser estabelecidas para a maioria dos segmentos em que as companhias de seguro actuam. Estas reservas, em determinada ocasião, deve ser equivalente ao montante necessário para cobrir as indemnizações de todos os sinistros ocorridos, porém ainda não informados, pelos clientes, à seguradora. Desta forma, o valor estimado da reserva IBNR direcciona a seguradora à magnitude do montante que a mesma deverá provisionar em um determinado período (Santos, 2019).

2.1.6. Triângulo Run-off

Triângulo de run-off é um formato de dados particular na disposição de um triângulo, em que os dados são agrupados conforme datas de ocorrência e pagamento ou aviso do sinistro (Santos, 2019).

A função do triângulo de run-off é apresentar, de forma concisa, os sinistros ocorridos e não avisados, em sua totalidade, no mesmo período de ocorrência. Para tal, os montantes de valores pagos relativos a sinistros ocorridos são apresentados em uma estrutura matricial na qual os sinistros aparecem classificados por período de ocorrência, representados pelas linhas, e por prazos de desenvolvimentos dos pagamentos (Santos, 2019).

2.1.7. Metodologias Determinísticas de estimação das reservas

São técnicas utilizadas para o cálculo das reservas de sinistros e que apresentam uma estimativa pontual de valor a reservar, conhecidas principalmente por sua simplicidade, flexibilidade e com resultados por vezes muito próximo de realidade. Refira-se que não assumem qualquer tipo de distribuição de probabilidade para os dados (Costa, 2016).

2.1.8. Metodologia Estocástica de estimação das reservas

São técnicas utilizadas para o cálculo das reservas de sinistros cujas soluções dependem da distribuição de probabilidade usada, em que se podem construir intervalos de confiança para os resultados. Refira-se que geralmente não é fácil a aplicação porém fornecem informações adicionais sobre as reservas (Costa, 2016).

Segundo (Hindley, 2018), as metodologias estocásticas dão-nos tanto uma estimativa pontual (ao exemplo da melhor estimativa) dos sinistros futuros bem como uma estimativa de variabilidade em torno do ponto estimado. Alguns destes métodos dão também uma distribuição total dos sinistros futuros e seus cash flows associados.

As técnicas estocásticas são usadas em dois contextos:

- i. Para avaliar a natureza quanto ao valor da reserva proposta. E desta forma ajudar a responder a pergunta de muitos gestores sobre qual é a chance dos sinistros actuais estarem além ou aquém da reserva proposta.
- ii. Avaliar o risco no contexto da determinação do capital regulamentar exigido. Esta é uma componente básica para o regime regulamentar de qualquer risco baseado em capital que é considerar o risco associado as reservas, na qual as reservas estocásticas são ferramenta chave.

2.1.9. Representação matemática da previsão das incertezas

Uma vez que o trabalho inclui a investigação das metodologias estocásticas que vão além do estudo da estimativa pontual, determinada, importa referir que, em aplicações estatísticas, a

medida comum usada para avaliar a variação da previsão é definida como “Mean-Squared Error of Prediction (MSEP ou MSE), que traduzido em português é Erro Quadrático Médio de Previsão (EQMP ou EQM). Também pode se utilizar o RMSEP “Root Mean Squared Error of Prediction”, que é português significa é REQM P “Raiz do Erro Quadrático Médio de Predição” que é a Raiz quadrática do erro do EQM, e por isso equivalente ao erro de previsão.

Consideremos a variável X , representando o valor futuro desconhecido e que está sendo estimado ou previsto. No contexto das reservas, X é usualmente estimado baseando-se nas observações de dados do passado, denotado por D_I .

Se o estimador de X é \hat{X} então o EQM condicional é definido pela fórmula a seguir,

$$EQM_{X|D_I}(\hat{X}) = E[(\hat{X} - X)^2 | D_I] \quad (2.1)$$

Hindley (2018), em seu estudo propôs uma aproximação, que divide o EQM em variância do processo e variância do parâmetro de estimação, tal como descrito abaixo (2.2).

$$EQM_{X|D_I}(\hat{X}) \approx Var(X) + Var(\hat{X}) \quad (2.2)$$

Assume-se que:

$$(\hat{X} - X)^2 = \hat{X}^2 - 2.X\hat{X}^2 + X^2$$

Então

$$E[(\hat{X} - X)^2] = E[\hat{X}^2] - 2.E[X\hat{X}^2] + E[X^2] = \underbrace{E[\hat{X}^2] - E[X\hat{X}^2]}_{Var(\hat{X})} + \underbrace{E[X^2] - E[X\hat{X}^2]}_{Var(X)}$$

E tendo em conta que o estimador é não enviesado, ou seja, $E(\hat{X}) = E(X)$, teremos a aproximação (2.2)

2.2. Quadro Teórico

Segundo Pinheiro (1999), para a companhia seguradora, revela-se de capital importância o conhecimento das suas reais responsabilidades com sinistros que ainda carecem de ser resolvidos.

Castro (2015), refere que, uma das principais preocupações dos actuários é garantir que as provisões para sinistros constituídos correspondam, dentro do possível, à melhor estimativa dos riscos assumidos. Cabendo ao actuário a obtenção de estimativas para as provisões

técnicas, no entanto, com o desenvolvimento da ciência e de técnicas na área das previsões, existem várias alternativas para realizar os cálculos, dentre diversos métodos ou algoritmos de cálculos.

Segundo England e Verral (2002), embora nos últimos vinte anos, os métodos estocásticos tenham testemunhado um interesse crescente para o cálculo de reservas de sinistros, eles ainda são usados apenas por um número reduzido de actuários e companhias seguradoras. Elencam-se várias razões para este facto, dentre estas, (i) a falta de uma compreensão geral destes métodos; (ii) a falta de flexibilidade nos métodos; (iii) a falta de *Software* adequado, e assim por diante. Contudo, a principal razão é provavelmente a falta de necessidade dos métodos, quando os métodos tradicionais (determinísticos) são suficientes para o cálculo da melhor estimativa das provisões para sinistros.

Martinho (2021), refere que recentemente, maior interesse tem sido expresso em estimar o potencial negativo das provisões para sinistros, para além de uma melhor estimativa, devido a necessidade de estimação da variabilidade das provisões para sinistros e, idealmente, ser capaz de estimar uma distribuição completa de resultados possíveis, a partir dos quais percentis (ou outras medidas) dessa distribuição podem ser obtidos.

No segmento automóvel, o atraso na notificação do sinistro não é tão comum como em outros segmentos de risco, todavia, a proporção do valor pago pelos reportes atrasados é significativa, daí ser relevante a necessidade do empenho para prever o valor das reservas IBNR neste segmento (Santos, 2019).

Segundo o ISSM, (2022), durante o ano de 2021, a taxa de sinistralidade do ramo automóvel situou-se em 47,3%, contra 45,8% de 2020, o que representa um incremento de 1,5%, sendo que os custos com sinistros em 2021, situaram-se em cerca de 1 634,3 milhões de Meticais contra os prémios adquiridos de 3451,9 milhões de Meticais. No mesmo ano, a taxa de cobertura da margem de solvência do mercado observou uma redução de 35.4 pontos percentuais, não obstante a redução verificada, o nível de solvabilidade do mercado manteve-se adequado, passando de 419.5% em 2020, para 384.1% em 2021.

No trabalho realizado por Costa e Yui (2018), as Provisões técnicas são consideradas como montantes que têm por finalidade garantir o pagamento de ocorrências futuras, de modo que o valor destinado a cobrir os riscos assumidos (prémio puro) seja reservada até ao prazo de vigência do negócio, sendo que a Provisão para IBNR, dentre várias outras, destaca-se pela

sua importância em relação ao fato de servir para diminuir a possibilidade de inadimplência da companhia seguradora. A ideia básica da IBNR é constituir um montante para que a companhia possa arcar com seus compromissos futuros, especificamente sobre as datas de ocorrência e aviso do sinistro.

Para Tuysuz e Pekel (2019), a estimação com precisão das reservas futuras exigidas é de capital importância de modo a preservar solvência das seguradoras. A estimação apropriada das reservas para sinistros incorridos mas não reportados, abreviadamente designadas por IBNR, é tradicionalmente uma das tarefas mais importantes no trabalho do actuário nos seguros de acidentes e propriedades, uma vez que quando certos sinistros são reportados muitos anos após a sua ocorrência, o valor da adequação da provisão tem forte efeito nos resultados financeiros da empresa.

Por outro lado, Costa (2016), faz saber que há necessidade das estimativas das reservas IBNR serem precisas para que os balanços e a demonstração de resultados das companhias seguradoras reflitam a sua eficiência operacional na emissão dos prémios, sendo ao mesmo tempo de interesse para os agentes económicos estas informações financeiras, para a avaliação do valor da companhia e tomada de suas decisões de investimento.

O estudo feito por Castro (2015), revela que, no sector Segurador, o estado de solvência de uma Companhia é de extrema importância, sendo que, as Seguradoras, de forma a cumprir as responsabilidades assumidas perante os segurados, devem constituir e manter as provisões técnicas adequadas, em contrapartida, reservas incorrectas podem comprometer a solvência da empresa.

O (Actuarial Standard Board [ASB], 2011) em *Actuarial Standard of Practice* no. 43 - *Property/Casualty Unpaid Claim Estimates*, dá directrizes ao trabalho dos actuários no dimensionamento das provisões de sinistros e, define o resultado final do processo dos cálculos do actuário como *Actuarial Central Estimate*, referindo que, é uma estimativa que representa o valor esperado em um intervalo de resultados razoavelmente possíveis.

Sendo que, para a obtenção do *Actuarial Central Estimate e do Reasonable Reserve Estimate Range*, o ASB (2011), recomenda que o actuário utilize métodos ou modelos para estimar as provisões de sinistros, sendo que estes devem ser apropriados às operações da entidade sob análise, segundo o julgamento do actuário.

Ainda no domínio internacional segundo Carvalho e Carvalho (2017), o acordo de Solvência II (Solvency II Directive - 2009/138/EC) que versa sobre o montante de capital que as seguradoras devem reservar de modo a reduzir o risco de insolvência na Europa, estabelece que as provisões devem representar a melhor estimativa do valor esperado dos fluxos de caixa descontados, considerando dados confiáveis, premissas realistas e calculados utilizando métodos actuariais adequados, aplicáveis e relevantes.

Em relação as provisões técnicas em Moçambique, o Decreto n.º 30/2011, de 11 de Agosto abre espaço para que as entidades habilitadas ao exercício da actividade seguradora constituam e mantenham, a todo o tempo, provisões técnicas legalmente exigidas, de montante suficiente para satisfazer, na medida do razoavelmente previsível, os compromissos decorrentes dos contractos e operações de seguro, bem como dos contractos de seguro subscritos em vários regimes, incluindo os de micro-seguro.

O mesmo decreto, define a provisão para sinistros como o correspondente ao custo total estimado que a empresa de seguros espera vir a suportar com a regularização de todos os sinistros que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham ou não sido comunicados, deduzido dos montantes pagos respeitantes aos mesmos sinistros. Consta-se neste decreto que, o montante da provisão corresponde aos sinistros ocorridos e ainda não participados (IBNR) à data do encerramento do exercício é calculado tendo em conta a experiência do passado, no que se refere ao número e montantes dos sinistros declarados às seguradoras após o encerramento do exercício, devendo as seguradoras comunicar ao ISSM o sistema de cálculos e as formas de actualização desta provisão.

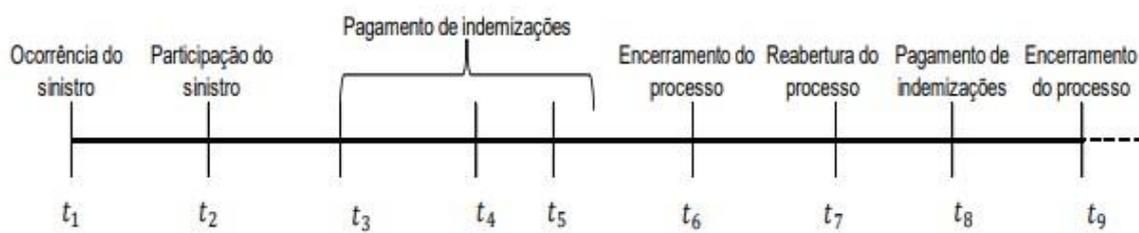
Das referências consultadas, não há divergência de exigências tanto na legislação internacional como na de Moçambique, no que tange as provisões que devem ser constituídas e estimadas pela aplicação de métodos ou modelos adequados e consistentes com a realidade das seguradoras e que, por extensão, geram estimativas razoáveis.

Entretanto, Costa (2016), afirma que para aplicar qualquer que seja o modelo de estimação das provisões para sinistros em uma seguradora, é necessário que a companhia tenha conhecimento da ocorrência de sinistro, e para tal uma comunicação por parte do segurado (ou outra entidade, como por exemplo a seguradora de outro interveniente no sinistro) deve ser feita. O desejável, seria que a Seguradora tomasse conhecimento da ocorrência imediatamente após o evento, o que nem sempre ocorre, levando a necessidade da provisão para sinistros ocorridos mas não participados.

Segundo os clássicos Bornhuetter e Ferguson (1972), o tratamento das reservas IBNR, merece maior atenção do que apenas uma observação administrativa ou superficial, uma vez tratar-se essencialmente de um caso actuarial ou estatístico, porém, mais actuarial do que estatístico, Carvalho e Carvalho (2017) reforçam a ideia ao afirmar que, o uso de metodologias de provisão, por mais sofisticadas que sejam, não elimina o trabalho de análise e tomada de decisão por parte do profissional actuário.

Os autores consultados concordam e propõem um esquema de forma a tornar mais acessível a compreensão do processo de sinistro, desde que este ocorre até ser considerado o estado de encerrado, conforme a figura abaixo em representação das várias etapas de um processo de sinistro (Bornhuetter e Ferguson, 1972; Carvalho e Carvalho, 2017; Costa, 2016).

Gráfico 1.2: Processo de Tratamento de um Sinistro



Fonte: Costa (2016).

De acordo com a Gráfico 2, é a partir do instante t_1 que a seguradora passa a ter responsabilidades, mas só no instante t_2 é que toma conhecimento da existência das mesmas. Nos t_3, t_4 e t_5 ocorre o pagamento de possíveis indemnizações, após análise e avaliação do sinistro. Após o pagamento na totalidade das indemnizações, o processo é dado como encerrado, isto corresponde ao instante t_6 . Em caso do surgimento de nova informação relativamente ao sinistro, o processo pode ser reaberto (instante t_7) para um novo apuramento das responsabilidades da seguradora e a conseqüente regularização das indemnizações (instante t_8). Por fim, o processo volta a ser novamente encerrado, no instante t_9 .

Ademais, o esquema explica a origem de vários tipos de Provisão baseados em eventos passados e futuros e Carvalho e Carvalho (2017), descreve que, por um lado os passivos relativos a eventos futuros possuem as componentes de Provisão de Prémios Não Ganhos (PPNG) e Provisão de Prémios Não Ganhos para Riscos Vigentes e Não Emitidos (PPNG-RVNE), e por outro aos eventos passados, possuem as provisões de sinistros segregados em

Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL) [conhecidos] e Provisões de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR) [desconhecidos].

Segundo Tuysuz e Pekel (2019), para estimação das IBNR, existem vários tipos de dados a considerar, tais como montantes pagos, sinistros ocorridos, número de sinistros pagos, média de sinistros, custos, média de indemnizações pagas, e outros. As IBNR são parte importante da perda esperada nas operações de seguros, segundo Viera (2016) sua estimativa é feita através de métodos determinísticos ou estocásticos.

Martinho (2021) refere que, os métodos Determinísticos são os mais antigos, que geralmente consideram os factores de desenvolvimento que reflectem a proporcionalidade entre os últimos anos de informação, sendo utilizados para projectar as informações futuras.

No entanto, Conceição (2014) refere que, diferentemente dos modelos determinísticos, a modelagem estocástica assume que algumas premissas no cálculo da provisão são variáveis aleatórias com uma determinada distribuição de probabilidades, o que permite determinar uma distribuição de probabilidade para as provisões técnicas, ao contrário da modelagem determinística onde se calcula um único valor a partir da melhor estimativa do actuário.

England e Verrall (2002) afirmam que, na selecção de um método, existem vários factores a considerar, o horizonte temporal, a celeridade da regularização dos sinistros (que varia bastante de acordo com o ramo em estudo), a inflação, a dimensão do ramo, a existência de sinistros atípicos entre muitos outros. Contudo, todos os métodos podem ser aplicáveis aos dados em estudo, desde que as hipóteses inerentes a cada um sejam previamente validadas.

Tal como referenciado que as provisões IBNR são referentes a projecção futura, então para a sua estimação pode ser necessário projectar esses valores com a taxa de inflação esperada no futuro. Esta taxa resulta de uma estimativa feita com base no histórico e uma análise global a nível da economia.

Segundo Carsane (2005), a taxa de inflação em Moçambique é alta e com efeitos perversos na economia nacional, no entanto, alguns autores tais como Costa (2016), defendem que para qualquer dos métodos de estimação das provisões, é importante ter em consideração a taxa de inflação de mercado, uma vez que a sua volatilidade implica variações no montante a pagar com os sinistros. Ademais este autor refere que, antes da aplicação dos métodos estatísticos para a estimação da provisão para sinistros, deve-se ter em conta este factor.

Uma avaliação básica, feita de acordo com os modelos econométricos da Trading Economics (2023) a longo prazo, a Taxa de Inflação de Moçambique deverá rondar os 5,80% em 2024 e os 5,40% em 2025.

Gráfico 1.3: Projecção da inflação.



Fonte: Trading Economics (2023).

Em relação a aplicação dos métodos de estimação das Provisões IBNR, Trabalhos publicados por Mack, 1993; England e Verral, 2002; Bornuhuetter e Ferguson, 1972; Santos (2019), mostram que a maior parte destas técnicas de cálculo das reservas IBNR, usa um formato de dados particular chamado triângulo de *run-off*, no qual os dados são agrupados conforme datas de ocorrência e pagamento ou aviso do sinistro, com preenchimento superior apenas.

Pinheiro (1999) afirma que, o objectivo das metodologias de estimação de provisões para sinistros é de prever a parte inferior do triângulo de *run-off*, denominada usualmente por triângulo-alvo, cuja informação é desconhecida, porém é a mesma que dá a responsabilidade futura da seguradora, tanto em relação aos montantes como em termos de número de sinistro que se pretende estimar.

Carvalho e Carvalho (2017), considera o uso da técnica de triângulos de *run-off*, que sinaliza o desenvolvimento de avisos de sinistros ou de emissão das apólices ao longo do tempo, um elemento importante para a aplicação das metodologias de cálculo das provisões para sinistros IBNR.

E, segundo Castro (2015), a matriz *run-off* pode apresentar dois tipos de estruturas, a incremental (C_{ij}) que representa os montantes pagos observados no ano de ocorrência i e de desenvolvimento j , e acumulada ou cumulativa (D_{ij}), que obtém-se através da soma dos pagamentos por ano de ocorrência i , e corresponde ao total de montantes pagos no ano de ocorrência i , até ao ano de desenvolvimento j , conforme a fórmula (2.1) que apresentamos a seguir.

$$D_{i,j} = \sum_{k=1}^j C_{i,k}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n - i \quad (2.3)$$

Este elemento é bastante utilizado no método Chain Ladder, que é método que determina apenas uma estimativa pontual das provisões técnicas para fins de contabilização, sendo este método considerado insuficiente para que o analista actuarial ou qualquer outro usuário da informação entenda as possíveis oscilações das provisões técnicas e seus impactos no resultado operacional da entidade, bem como no balanço patrimonial (Santos, 2019). Tanto England e Verral (2002), assim como Carvalho e Carvalho (2017), apresentam três pressupostos para aplicação de método tradicional e determinístico, Chain Ladder, nomeadamente, a existência de factores de desenvolvimento f_k , as variáveis $C_{i,j}$ de diferentes anos de ocorrência que são independentes e a variância das quantidades acumuladas de pagamentos.

Pinheiro (1999), critica o modelo determinístico de Chain Ladder afirmando que, apesar de ser prático e simples, possui algumas dificuldades dentre elas: (i) a sua falta de robustez, uma vez que é demasiado sensível a pequenas flutuações nos factores de desenvolvimento; (ii) o método falha quando para determinado período de ocorrência ainda não tenham sido efectuados quaisquer pagamentos, constituição de provisão ou ate participação de sinistros; e (iii) em ambientes de inflação elevada e instável, a aplicação deste método a dados não ajustados à inflação é pouco fiável.

No entanto, Castro (2015) refere que, com avanços tecnológicos surgiram, nos últimos anos, os métodos estocásticos, a técnica de reamostragem de Bootstrap associada ao método Chain Ladder e ao método Thomas Mack, além do montante das provisões a constituir pela companhia, permitem também obter as medidas de erro associadas ao cálculo das estimativas, a saber, a construção de intervalos de confiança para a estimativa da provisão e, análises quanto à qualidade de ajustamento do modelo. Os métodos estocásticos surgiram para

colmatar as deficiências dos determinísticos no cálculo de reserva de sinistros, estendendo as técnicas tradicionais para permitir que medidas adicionais sejam estimadas.

Pinheiro (1999) refere que, os erros padrão encontrados através do Modelo de Thomas Mack dão uma boa indicação da variabilidade relativa das provisões e valores elevados podem ser um aviso útil de altos níveis de incerteza associada às responsabilidades pendentes estimadas.

Uma pesquisa sobre as metodologias, com dados de 535 entidades em 42 países, conduzida pela International Actuarial Association [IAA], (2016), concluiu que, o método de Chain Ladder é o método mais utilizado a nível mundial para o cálculo das provisões de sinistros, com cerca de 95% empresas usuárias, de seguida o método de Bornhuetter e Ferguson (1972), utilizado por 90% das empresas. Entretanto, quanto aos métodos estocásticos, destacam-se Mack e Bootstrap, com cerca de 40% e 45% das entidades utilizadores, respectivamente. Segundo IAA (2016), apenas no Brasil foram pesquisadas 34 seguradoras e 97% adotaram o método de Chain Ladder como principal ou alternativo e, o método de Bornhuetter-Ferguson possui 74% das entidades utilizadoras, sendo que apenas 20% das seguradoras utilizam abordagens estocásticas, e quando as utilizam, estas são apenas informativas não influenciando o processo de decisão sobre os montantes de provisão.

Taylor e McGuire (2016) revelam que, na década de 1950, o método de Chain Ladder foi aplicado pela primeira vez por uma pequena companhia de seguros chamada Midwestern Insurance Company, e tempo depois Bornhuetter e Ferguson (1972), desenvolveram uma metodologia focada em medidas de exposição e no indicador de sinistralidade, que pode ser utilizado em associação com o método de Chain Ladder para obtenção da estimativa final de sinistros.

Adicionalmente, o trabalho clássico de Mack (1993) menciona que, o método de Chain Ladder é provavelmente o mais popular para a estimativa das Provisões para sinistros IBNR em virtude da sua simplicidade e livre de distribuição, uma vez que trabalha quase sem pressupostos. Usando o método Chain ladder e aplicando em dados reais, Carvalho e Carvalho (2017), concluíram que tanto as reservas como os erros implementados através da adaptação da estocacidade deste modelo, eram sistematicamente altos em 80% se comparado com os resultados da aplicação de outros modelos.

Shapland (2003), concluiu haver vantagem no método de Mack (1993), uma vez que, para além do cálculo do capital adicional baseado em risco pode ser associado ao nível de

probabilidade das provisões, bem como pelo facto de usar uma abordagem probabilísticas que permite fornecer mais subsídios na quantificação de riscos e tomada de decisões estratégicas das companhias.

Para além dos métodos acima mencionados, Souza (2013), descreve o método de Bornhuetter-Ferguson (1972), que associa-se com método determinístico Chain Ladder como utilizado pelas operadoras para o cálculo das estimativas das provisões IBNR sendo que esta técnica, estende informações contidas no triângulo de run-off, utilizando também, alguns dados externos tais como, medidas de exposição, prémio ganho, sinistralidade associados a cada período de ocorrência, e desta forma obtendo uma estimativa da quantidade total de sinistros ou do montante a ser indemnizado para cada período de ocorrência.

Carvalho e Carvalho (2017) sugere um modelo designado Bootstrap, que apresenta as distribuições das provisões de sinistros através de um procedimento interactivo que faz a implementação de um modelo bayesiano, com o uso das cadeias de Markov e simulação de Monte Carlo. Este modelo tem a principal vantagem de gerar automaticamente distribuições preditivas completas, essenciais para a construção de modelos internos de capital adicional baseado em risco. England e Verrall (2002) refere que a técnica de Bootstrap é uma técnica de reamostragem, introduzida por Efron em 1979, que permite estimar a variabilidade de um determinado parâmetro. Concebido para estimar o erro das reservas estimadas a partir do método de Chain Ladder.

A técnica estocástica Bootstrap é apresentada como uma técnica de simulação e amostragem, utilizada em diversos campos da ciência para realizar reamostragem no triângulo *Run-off* Incremental afim de calcular as medidas de variabilidade das estimativas das reservas técnicas. Pode ser utilizado em associação com um método determinístico ou estocástico, paramétrico ou não, sendo as estimativas das provisões obtidas de forma analítica pelo método associado escolhido, e as medidas de variabilidade determinadas através de N simulações Bootstrap. Após estimar as reservas técnicas, a simulação Bootstrap baseia-se nos resíduos de Person, gerando um número suficientemente grande de amostras, com reposição, dos montantes incrementais, isto é, dos resíduos incrementais (Yuassa, 2018).

Diante do acima exposto, verifica-se que, os conceitos e seus respectivos autores trazem uma abordagem sustentadora para uma partida investigativa rumo ao alcance dos objectivos que se esperam alcançar com a pesquisa.

Caracterização do Ramo Automóvel em Moçambique

O ramo automóvel é um dos segmentos mais importantes do mercado de seguros em Moçambique, sendo obrigatório para veículos automotores que circulam no país, como determinado pelo Decreto Lei n.º 19/2003, de 21 de Janeiro, que regulamenta o Seguro Obrigatório de Responsabilidade Civil Automóvel (SORCA). Este seguro visa proteger terceiros em caso de danos causados por veículos automotores, garantindo que vítimas de acidentes de trânsito sejam indemnizadas por danos materiais e pessoais.

Segundo o Ministério dos Transportes e Comunicações [MTC], (2023), o ramo automóvel em Moçambique possui desafios significantes devido a diversos factores, incluindo:

- **Alta sinistralidade:** O número de acidentes rodoviários no país é elevado, em grande parte devido a infra-estruturas rodoviárias precárias, falta de manutenção dos veículos e cumprimento insuficiente das regras de trânsito.
- **Custo de reparações:** O aumento dos custos de peças de reposição e manutenção de veículos impacta directamente o valor das indemnizações e, conseqüentemente, os resultados das seguradoras.
- **Sub penetração de seguros:** Embora o seguro de responsabilidade civil automóvel seja obrigatório, há ainda um elevado número de veículos não segurados, o que afecta negativamente tanto o sistema de indemnizações quanto a solvência das seguradoras.

Contextualização do Mercado de Seguros em Moçambique

O mercado de seguros moçambicanos tem passado por um desenvolvimento gradual nas últimas décadas, especialmente após a liberalização económica dos anos 1990. Ele é regulamentado pelo Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique (ISSM), entidade responsável por fiscalizar e regular as actividades seguradoras no país. O mercado é composto por seguros de vida e seguros não vida, sendo o ramo automóvel parte dos seguros não vida (ISSM, 2022).

Evolução do Mercado de Seguros

Segundo (ISSM, n.d), a evolução do mercado de seguros em Moçambique foi marcada por três fases principais:

- Período pró-independência (antes de 1975) onde o mercado era dominado por seguradoras estrangeiras, maioritariamente portuguesas, e o acesso a seguros era muito limitado.
- Período pós-independência (1975-1990): Durante este período, Moçambique adoptou um sistema socialista, e o sector de seguros foram nacionalizados. O Instituto Nacional de Seguros de Moçambique (EMOSE) foi criado como a única entidade responsável por todos os seguros no país.
- Liberalização e crescimento (1990-presente): Com a liberalização económica iniciada nos anos 1990, o mercado abriu-se para a competição. Desde então, o sector tem crescido lentamente, com a entrada de seguradoras privadas, tanto locais quanto estrangeiras. No entanto, o nível de penetração dos seguros continua baixo, com a maioria da população e empresas ainda subprotegidas em termos de cobertura.

Actualmente, o mercado de seguros em Moçambique está em fase de crescimento, mas ainda enfrenta desafios relacionados à baixa conscientização sobre a importância do seguro, a volatilidade económica e a dependência de infra-estrutura básica. Segundo dados do ISSM (2022), o mercado de seguros representa apenas cerca de 1,5% do PIB do país, o que evidencia o grande potencial de crescimento.

O mercado de seguros em Moçambique enfrenta vários desafios, tais como:

- Baixa penetração: A taxa de penetração de seguros em Moçambique é baixa, o que significa que uma pequena proporção da população e das empresas está adequadamente coberta. Muitas pessoas e empresas desconhecem os benefícios do seguro ou não o considera uma prioridade financeira.
- Volatilidade macroeconómica: Moçambique enfrenta crises cíclicas, incluindo choques externos, como a queda dos preços das commodities e desastres naturais frequentes, que afectam o desempenho das seguradoras.
- Riscos de catástrofes naturais: O país está sujeito a ciclones, inundações e secas, o que aumenta o risco de sinistralidade, especialmente em ramos como o de automóveis e o seguro de propriedades. Esses eventos, frequentemente imprevisíveis, desafiam a capacidade das seguradoras de manter reservas suficientes para fazer frente às indemnizações.

O ramo automóvel em Moçambique, como parte do sector de seguros não vida, desempenha um papel crucial no mercado de seguro local, mas enfrenta desafios significativos relacionados à alta sinistralidade, infra-estrutura deficiente e baixa conscientização. Embora o mercado tenha evoluído desde a liberalização dos anos 1990, ainda há um grande caminho a percorrer, tanto em termos de penetração de mercado quanto de modernização e diversificação dos produtos.

2.2.1. Estudos empíricos

Estudo 1: Resultado de 30 anos de pesquisa em ciências actuariais, levado a cabo por David Hindley (2018), intitulado *Claims Reserving in General Insurance*, destaca a dificuldade que a maioria das seguradoras tem em manipular o triângulo de run off para IBNR, para além de ilustrar a forma prática de aplicação das metodologias determinísticas e estocásticas em triângulos de empresas seguradoras do Reino Unido.

Estudo 2: Tivemos em conta, o trabalho de doutoramento na Pontifícia Universidade Católica de Santos (2019), intitulado, *Estimação de Provisões IBNR (Incurred But Not Reported) em Mercado de Seguros via Modelos com coeficientes Variantes no Tempo*, onde apresenta duas contribuições para a modelagem e previsão de IBNR, quando organizados numa estrutura de dados conhecida como triângulo de RunOff. Em seus resultados comparativos, o método Chain Ladder apresentou resultados não satisfatório se comparado com outros modelos de previsão. Realizado no Brasil.

Estudo 3: Em relação a este trabalho destaca-se o trabalho feito por Chiquito (2021), intitulado “Provisão de Sinistros: Estudo de uma Companhia de Seguros Angolana” onde faz estudo dos modelos de cálculo das estimativas de sinistro, com destaque para os métodos determinísticos: Link Ratio e o Grossing Up para o cálculo da provisão, e os modelos estocástico Thomas Mack e Simulações de Bootstrap para obter intervalos de confiança para as estimativas das provisões. Tendo concluído que a seguradora deverá incrementar com vista a garantir uma melhor gerência, e evitar uma possível insolvência. Este estudo é de um caso de África concretamente uma seguradora Angolana.

2.2.2. Estudos empírico versus nosso estudo

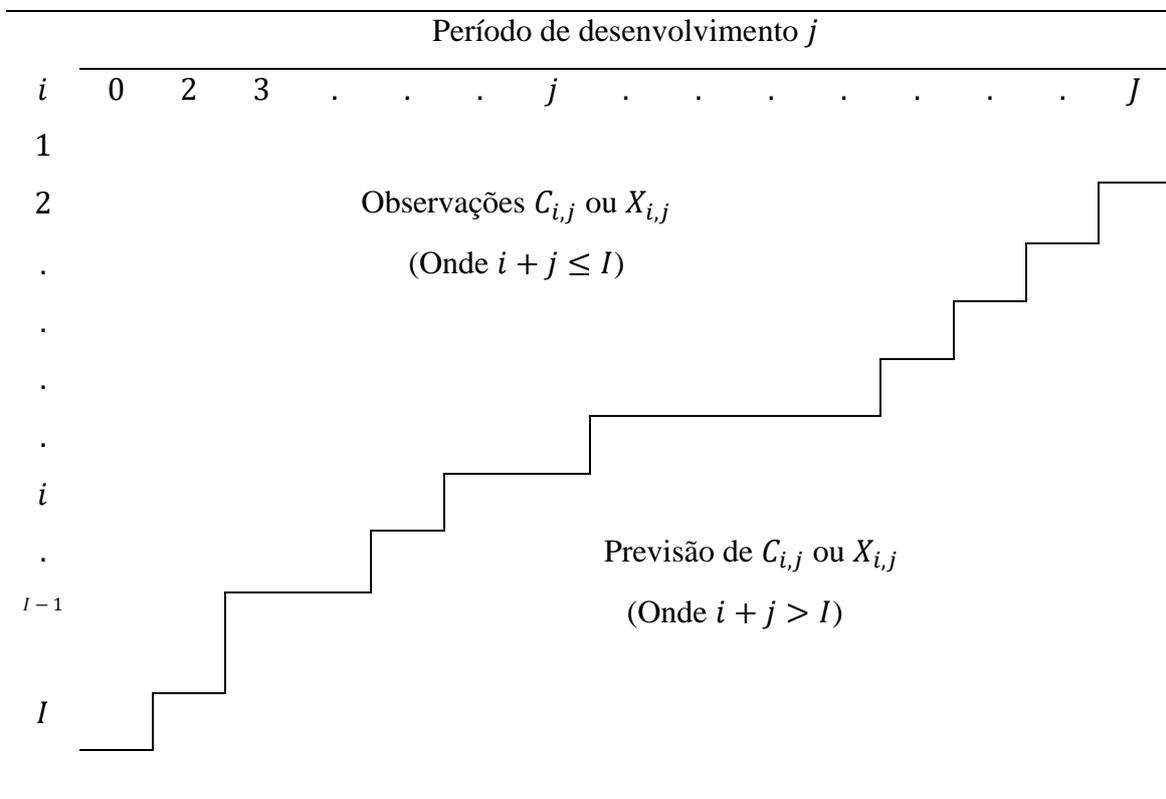
O nosso estudo considerou o contexto moçambicano e abrange modelos distintos trazendo vantagens, desvantagens e recomendações para cada modelo para além de produzir cenários.

Abre espaço para os estudos nesta área de seguros, providenciado um estudo pioneiro, com possibilidade de extensão.

2.2.3. Notação matemática do Triângulo de Run-off

Tal como descrito na fórmula 2.3, na estimação das reservas IBNR, os actuários assumem uma configuração de dados designada triângulo de *Run off*, (Tabela 1.1) onde os dados são ordenados em linhas e colunas. Esta configuração torna fácil a compreensão do desenvolvimento histórico dos *cash flows* (Anterino, 2008)

Tabela 1.1: Notação matemática do triângulo de *Run off*.



Fonte: Hindley (2018).

Conforme esta tabela, a estrutura incremental, apresenta os montantes pagos observados no ano de ocorrência i e de desenvolvimento j , cuja denotação destes é $X_{i,j}$. A estrutura Acumulada, representada por $C_{i,j}$, é obtida através da soma dos pagamentos por ano de ocorrência, e representa o total de montantes pagos no ano i , até ao ano de desenvolvimento j , conforme a formula (2.4).

$$C_{ij} = \sum_{j=0}^n X_{ij}, 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq n - i \quad (2.4)$$

Segundo Ribeiro (1997), $X_{i,j}$ pode representar igualmente, (i) os pagamentos incrementais (*Incremental Paid Claims*): os pagamentos relativos a sinistros ocorridos em i , pagos j anos mais tarde, ou pagos $i + j$ anos depois ou períodos depois conforme a convenção periódica; e $C_{i,j}$ (ii) pagamentos Acumulados (*cumulative Pd Claim*): valores acumulados relativos a sinistros ocorridos em i , pagos até ao final do ano $i + j$ ou ainda (iii) a avaliação total (*incurred Claims*): o número de sinistros ocorridos em i , registados no ano $i + j$.

A notação usual para o triângulo é:

$$D_I = \{C_{i,j}; 0 \leq i \leq I; i + j \leq I; 0 \leq j \leq J\} \quad (2.5)$$

A diagonal principal é denotado por $C_{i,I-i}$ com $0 \leq i \leq I$.

O Estudo de Hindley (2018), uma vez tendo todo triângulo histórico dos sinistros pagos e assumindo a ausência da cauda, ou seja não havendo desenvolvimento de pagamento depois do ponto J (consideramos $C_{i,\infty} = C_{i,J}$), as reservas anuais ($R_{i,J}$ abreviadamente designadas por R_i) serão obtidas segundo a fórmula abaixo:

$$R_{i,J} = \sum_{k=I-i+1}^J X_{i,k} = C_{i,J} - C_{i,I-i} \quad (2.6)$$

E a Reserva total de todos anos de ocorrência é denotada por

$$\hat{R} = \sum_{i=0}^n \hat{R}_i \quad (2.7)$$

2.2.4. Factor cauda

Embora o nosso estudo não se foca no factor cauda, importa referir que, esta aparece no caso de ramos de grande dimensão e muito desenvolvidos, em que não se deve considerar que o triângulo está encerrado ou seja que todos sinistros que foram declarados e encerrados ao fim de n anos de desenvolvimento.

Nestes caso factor cauda representa os montantes que se estimam pagar depois do último ano de desenvolvimento conhecido, e nestes termos a reserva estimada para cada ano de ocorrência é dada pela forma:

$$\hat{R}_i = \hat{D}_{i,\infty} - D_{i,n-1} \quad i = 0, \dots, n \quad (2.8)$$

Onde:

$\hat{D}_{i,\infty}$ é a estimativa total dos montantes acumulados que irão ser pagos, incluindo os pagamentos que serão feitos depois do último ano de desenvolvimento do triângulo, referente ao ano de ocorrência i .

2.2.5. Metodologias Determinísticas

Tal como já abordamos nos parágrafos anteriores, são duas as metodologias usadas para a estimação das reservas, uma das quais é a metodologia determinística. Chiquito (2021) afirma que, os modelos determinísticos são convencionais e tendem a dar boas modelagens, sendo um bom ponto de partida para avaliar as reservas de sinistros.

2.2.5.1. Metodologia de Chain Ladder (MCL)

Segundo Viera (2016), este método tem como desenvolvimento base o triângulo de Run-Off, e baseia-se na alocação e estudo de dados passados para estimar o futuro. Para tal torna-se necessário reunir um número de anos suficientes até preencher com informação consistente e sem dados em branco.

Outrossim, para a aplicação desta metodologia, calculam-se os factores de desenvolvimento, denotados por f_j $\{j = 1, 2, \dots, n\}$, pela formula abaixo.

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{(i,j-1)}} \quad j = \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.9)$$

Observando os cálculos, da fórmula (2.8), obtém-se $j - 1$ factores, sendo de seguida necessário o cálculo do factor cumulativo associado a estes, denominado por F_j , através da fórmula a seguir:

$$F_j = \prod_{j+1}^n \hat{f}_j \quad (2.10)$$

Os factores obtidos pela fórmula (2.10) são posteriormente aplicados ao último valor cumulativo de cada linha ($D_{i,n-i+1}$) da matriz run off, com objectivo de produzir a previsão de valores futuros acumulados, conforme a fórmula (2.11).

$$\hat{C}_{i,n-i+2} = C_{i,n-i+1} \hat{f}_j \quad (2.11)$$

De outro modo, para cada linha de origem haverá um factor acumulado F_j de tal forma a multiplicar os factores f_j necessários e poder calcular o quanto deverá ser alocado para completar o *triângulo inferior*, podendo, assim, calcular a previsão dos montantes futuros para além da reserva, conforme a tabela 2.2 abaixo,

Tabela 2.2: Triângulo completo de *run off*.

Ano de origem	Desenvolvimento j				
	0	1	2	...	j
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j-1}$
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	C	...	$C_{2,j-1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
j	$C_{j,0}$	$\hat{C}_{j,1}$	$\hat{C}_{j,2}$	$\hat{C}_{j,\dots}$	$\hat{C}_{j,j-1}$

Fonte: elaborado pelo autor com base em modelos de triângulos de *run off*.

A estimativa de sinistros pendentes ao final de cada período $i + j$, considerando o ano de origem i e conseqüente cálculo de reserva será obtida através da fórmula abaixo, em opção a fórmula (2.4).

$$C_{i,j}(F_j - 1) \quad (2.12)$$

Lembrando que, (C_{ij}) são valores dos sinistros pagos e acumulados para o ano inicial i de acordo com os anos de desenvolvimento j .

Segundo England e Verrall (2002), o modelo de Chain Ladder é simples, e consiste apenas em obter a previsão das últimas reservas ou seja o “*Ultimate*”, que é interpretado o último ano de pagamento (atraso) até aqui observada, e isto não inclui qualquer factor de cauda.

De ponto de vista estatístico, o MCL dá uma estimação pontual, sendo que o próximo passo é verificar uma provável variabilidade no resultado, para que possa se fazer uma avaliação, por exemplo, sobre se as reservas extras devem ser mantidas sob ponto de vista de prudência, além dos valores previstos (England & Verrall, 2002).

Ainda segundo o mesmo autor, a medida de variabilidade normalmente utilizada é o erro de previsão, definido como o desvio padrão das distribuições de possíveis resultados de reservas. É desejável ter em conta, outros factores como, como a possibilidade de ocorrência de eventos imprevistos que possam aumentar a incerteza e que são de difícil modelagem e para estes casos, modelos específicos são considerados.

2.2.5.2. Metodologia de Bornuhuetter-Ferguson (MBF)

Este método foi desenvolvido por Bornhuetter e Ferguson em 1972 e baseia-se nos pagamentos de sinistros e segue os passos do método de Chain Ladder, concatenando com os prémios emitidos ou ganhos e a sinistralidade esperada (Schmidt & Zocher, 2007).

O índice de sinistralidade pode ser calculado a partir dos sinistros a serem pagos e definidos a partir de uma taxa média, ajustada pela sinistralidade, ou seja, pelo excesso ou falta do prémio para pagamento do sinistro.

Esta metodologia é idealmente recomendando para companhias emergentes, sem informação histórica. A finalidade deste método, não é correlacionar entre o valor total de indemnizações e as estimativas das previsões de sinistros, mas sim, combinar a experiência dos pagamentos de indemnizações com informações do mercado, ao menos comparativamente, como, taxa de sinistralidade, o montante de prémios, entre outras (Motanya, 2022).

Ademais, para a implementação do MBF considera-se $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ como os coeficientes de desenvolvimento do modelo, considera-se ainda o p , como prémio emitido ou ganho, sendo p_1, p_2, \dots, p_n os respectivos prémios para cada ano de ocorrência i ; θ , a sinistralidade de acordo com o ano de desenvolvimento do sinistro ($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$), sendo considerada de 1 a n anos. Refira-se que os prémios emitidos/ganhos “ p ” são os de base de dados reais, e as

variáveis θ , consideradas como parâmetros de risco estimados. O MBF assume que as taxas de sinistralidade são constantes para todos anos de desenvolvimento, iguais a θ .

Neste modelo, será necessário utilizar o conceito de exposição de risco estimado representado pelo prêmio emitido ou ganho e sinistralidade, em complemento ao montante de sinistros estudados,

Para a construção da MBF, é calculado o estimador de θ , que será denotado por θ^* e será obtido pelo Método da Máxima Verossimilhança, sendo definido por:

$$\theta^* = \sum_{j=0}^n \frac{S_j}{p_j} \quad (2.13)$$

sendo $s_j = \sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}$ e $p_j = \sum_{i=0}^{n-j} p_i$ para $j = \{0, 1, \dots, n\}$

Os estimadores dos coeficientes de desenvolvimento incrementais π_j são dados por:

$$\pi_j^* = \frac{S_j}{p_j \theta^*} \quad (2.14)$$

Considerando que, $0 \leq j \leq n$ e $\sum_{j=0}^n \pi_j^* = 1$

As estimativas dos montantes incrementais futuras são, então obtidas por:

$$X_{i,j}^* = p_i \pi_j^* \theta^* = p_j \frac{S_j}{p_j} \quad i + j > n \quad (2.15)$$

Assim, as estimativas das provisões são dadas por:

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n+1-i}^n X_{i,j}^* \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.16)$$

Aspectos comparativos dos métodos de Chain Ladder e Bornhuetter-Fregurson

Observando os dois métodos determinísticos, podemos afirmar que, o método de Chain Ladder é de fácil aplicação dos dados e confecção do teste de consistência, como verificação

do passado, a desvantagem é que só leva em conta a dados de passado e que se houver mudanças nos dados poderão não ser percebidos imediatamente, pois não há previsibilidade futura exposta.

O método de Bornhuetter Ferguson tem estimativas estáveis para os anos de ocorrência mais recentes e menos desenvolvidos, baseadas na experiência de anos anteriores. A desvantagem é não responder convenientemente às mudanças de frequência de sinistros, assim o reconhecimento de uma alteração na frequência de sinistro em anos mais recentes, será atenuado, pois não se assume uma variação da sinistralidade ao longo dos anos.

A introdução de mais informação para a obtenção de estimativas para a reserva total transmite mais fiabilidade do que os métodos anteriormente apresentados. Também é de referir que, ao contrário do método Chain Ladder, este método não falha quando, para um determinado ano de ocorrência, ainda não existem pagamentos, mas existem prémios, permitindo estimar uma reserva para esse ano. Assim sendo, este método pode ser mais útil em carteiras mais pequenas e com pouco histórico (Conceição, 2014).

2.2.6. Metodologias Estocásticas

Segundo Chiquito (2021), diferentemente dos modelos determinísticas que produzem resultados sensíveis a variabilidade, não avaliando a incerteza em torno dos resultados obtidos, os modelos estocásticos são a solução para medir a variabilidade dos métodos determinísticos. Ademais, estes métodos fornecem a melhor estimativa das indemnizações futuras e apresentam estimativas da variabilidade em torno desta estimativa, em alguns casos, fornecem as distribuições e seus fluxos de caixa associados. Para estas metodologias existem os paramétricos e os não paramétricos.

Nesta sessão abordamos duas principais metodologias a saber, a de Mack e Bootstrap. Importa referir que muitos dos métodos estocásticos são desenhados para serem utilizados quando a estrutura de run off é apropriada para estimação das reservas., pressupondo algum tipo de teste nos dados antes da sua implementação.

2.2.6.1. Metodologia de Thomas Mack (MTM)

Este método é não paramétrico e permite estimar a variabilidade das reservas técnicas obtidas através da aplicação pelo Método de Chain Ladder (Conceição, 2014).

Considerando que o MTM é baseado no MCL, Chiquito (2021), apresenta alguns pressupostos para aplicação deste modelo, a destacar:

- (i) **A existência dos coeficientes de desenvolvimentos** $f_j > 0, j = 0, 1, \dots, n - 1$ tais que:

$$E(C_{i,j+1} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} * f_j \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.17)$$

- a) Para verificar a proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento constrói-se um gráfico com os pares $C_{i,j}, C_{i,j+1}$ e trata-se um recta que possa pela origem, com declive \hat{f}_j , caso existam desvios significativos.
- b) Existência de correlação entre os factores de desenvolvimento: e para tal é necessário a verificação da correlação entre os factores de desenvolvimento através da aplicação do teste de *Spearman*, medida definida como não paramétrica que permite testar a dependência entre duas variáveis, com base na avaliação de uma função monótona através das variáveis. O teste de Spearman não tem em conta qualquer distribuição para os dados e considera que caso o resultado seja -1, temos correlação negativa perfeita e +1, correlação positiva perfeita.

$$T_j = 1 - 6 \sum_{i=0}^{n-j-1} \frac{(r_{i,j} - s_{i,j})}{(n-1)^3 - n - j} \quad 1 \leq j \leq n - 2 \quad -1 \leq T_j \leq 1 \quad (2.18)$$

Onde,

$[r_{ij}]$ é uma matriz e r_{ij} é o número de ordem atribuído ao \hat{f}_{ij}

$[s_{ij}]$ é uma matriz com s_{ij} sendo o número de ordem atribuído ao $f_{i,j-1}$

No caso da ausência de correlação, considera-se

$$E[T_j] = 0 \quad 1 \leq j \leq n - 2 \quad (2.19)$$

$$Var(T_j) = \frac{1}{n-j-1} \quad 1 \leq j \leq n - 2 \quad (2.20)$$

Considerando tratar-se da mesma variância em toda coluna, o estimador de variância mínima, segundo Chiquito (2021), será dado por,

$$T = \frac{\sum_{j=1}^{n-2} (n-j-1)T_j}{\sum_{j=1}^2 (n-j-1)} \quad (2.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(T) = 0 \\ Var(T) = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

T é o estimador definido pela soma ponderada das variáveis aleatórias não correlacionadas e com distribuição normal, logo podemos assumir que T tem distribuição assintótica normal pela aplicação do Teorema do Limite Central.

$$[E(T) - \phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{Var(T)}; E(T) + \phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{Var(T)}] \quad (2.23)$$

Sendo, $\phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ o quantil de probabilidade $1 - \frac{\alpha}{2}$ da distribuição normal reduzida.

De referir que, se a estimativa T estiver fora do intervalo de confiança definido acima com nível de confiança $100(1 - \alpha)\%$, sendo $\alpha \in [0,1]$, rejeita-se a ausência de correlação entre os factores individuais de desenvolvimento.

(ii) **Centralidade dos factores de desenvolvimento:** Os diferentes anos de ocorrência dos acidentes são independentes, isto é:

$$\{C_{i,0}, \dots, C_{i,\infty}\} e \{C_{k,0}, \dots, C_{k,\infty}\} \quad 0 \leq i, \quad k \leq n-1 \text{ e } i \neq k$$

Logo \hat{f}_i , são não enviesadas (a média do estimador é igual ao parâmetro da população que queremos estimar).

Assumindo uma aproximação a distribuição normal, existe independência, logo,

$$[E(Z) - \phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{Var(Z)}; E(Z) + \phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{Var(Z)}] \quad (2.24)$$

Onde: $Z = \sum_{j=0}^n Z_j$ e os momentos de Z_j dados por:

$$\begin{cases} E(Z_j) = \frac{z}{2} - C_m^{z-1} * \frac{z}{2^z} \\ Var(Z_j) = \frac{z(z-1)}{4} - C_m^{z-1} \frac{z(z-1)}{2^z} + E(z) - [E(Z_j)]^2 \end{cases} \quad (2.25)$$

E,

- $z = L_j + S_j$ com S_j , Número de elemento de S (Small factor) e L_j , Número de elemento de L (Large factor) em cada diagonal de factores de desenvolvimento que segue a distribuição $B(z, p = 0,5)$; e
- m Representa o maior valor inteiro, menor ou igual do quociente $\frac{n-1}{2}$.

(iii) **Variabilidade mínima:** Seja $\sigma_j^2 \geq 0$ Constante de proporcionalidade desconhecida tal que:

$$Var(C_{i,j+1}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} \hat{\sigma}_j^2, \quad 0 \leq i \leq n \text{ e } 0 \leq j \leq n-1 \quad (2.26)$$

Onde

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-k} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}} - \hat{f}_j \right)^2 \quad 0 \leq j \leq n-2 \quad (2.27)$$

Segundo Mack (1993), teremos para o caso de n e $n-1$:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \left[1 - \left(\frac{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_n}{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_j} \right) \hat{\sigma}_{j-1} + \left(\frac{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_n}{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_1} \right) \hat{\sigma}_j^2 \right] \quad (2.28)$$

$$\hat{\sigma}_{n-1} = \begin{cases} 0 & \text{caso } \hat{f}_{n-1} = 1 \\ \min\left(\frac{\hat{\sigma}_{n-2}^2}{\hat{\sigma}_{n-3}}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2)\right) \end{cases} \quad (2.29)$$

Depois de analisados os pressupostos em relação aos dados, procede-se a estimação do Erro Quadrático Médio (EQM) e do Intervalo de Confiança para determinar a variabilidade dessas estimativas.

Para perceber a distância entre a estimativa ($\widehat{C}_{i,n}$) e o valor que será observado ($C_{i,n}$), utilizamos o EQM,

$$EQM(\widehat{R}) = E\left((R_i - \widehat{R}_i)^2 | D_I\right) = E\left((C_{i,n} - \widehat{C}_{i,n})^2 | D_I\right) \quad (2.30)$$

Onde, $D_I = \{C_{i,n} | i + n \leq I\}$ representa o conjunto de todos os dados até ao momento conhecidos da matriz de triângulo do sinistros, ou ainda, o conjunto de todos os montantes pagos e $EQM(\widehat{C}_{i,n}) = EQM(\widehat{R}_i)$ sob os pressupostos anteriores em relação ao estimador σ_n , o $EQM(\widehat{R}_i)$ é estimado por,

$$\widehat{EQM}(\widehat{R}_i) = \widehat{C}_{i,\infty}^2 \sum_{k=n-i-1}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_k^2}{\widehat{f}_k^2} \left(\frac{1}{\widehat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{r=0}^{n-k-1} C_{r,k}} \right) \quad (2.31)$$

Portanto o $\widehat{EQM}(\widehat{R})$ é estimado pelo seguinte expressão:

$$\widehat{EQM}(\widehat{R}) = \sum_{i=0}^n \left(\widehat{EQM}(\widehat{R}_i) \right)^2 + \widehat{C}_{i,\infty} \sum_{j=1}^n \widehat{C}_{j,\infty} \sum_{k=n-i-1}^{n-1} \frac{\frac{2\widehat{\sigma}_k^2}{\widehat{f}_k^2}}{\sum_{r=0}^{n-k-1} C_{r,k}} \quad (2.32)$$

Considerando que \widehat{R}_i e \widehat{R} passam por hipóteses de normalidade, estima-se os intervalos de confiança a $(1 - \alpha)100\%$

$$\left[\widehat{R}_i - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\widehat{EQM}(\widehat{R}_i)}; \quad \widehat{R}_i + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\widehat{EQM}(\widehat{R}_i)} \right] \quad (2.33)$$

e

$$\left[\widehat{R} - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\widehat{EQM}(\widehat{R})}; \quad \widehat{R} + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\widehat{EQM}(\widehat{R})} \right] \quad (2.34)$$

1.2.2.1. Metodologia de Bootstrap (MBo)

Segundo Zaçaj et al. (2022), o método de Bootstrap tem sido usado pelos actuários por muito tempo para prever valores de sinistros futuros e sua variabilidade.

Trata-se igualmente de um método estocástico que tal como o de Mack, possui uma forma não paramétrica do método de *Monte Carlo*, que estima a distribuição da população por meio da reamostragem dos dados.

Segundo Hindley (2018), este método geralmente tem lugar, quando a única informação disponível é a amostra, sendo a distribuição desconhecido, e objectivo é reamostrar repetidamente os próprios dados para ter uma ideia melhor da distribuição ou parâmetro de interesse. Quando aplicamos este método, a reamostragem pode ser feita em dados ou em resíduos, dependendo do tipo de problema.

No caso dos problemas de reservas para sinistros, o Erro de Previsão deve ser estimado e o método de Bootstrap é melhor para fazer isso. Neste tipo de problemas é comum reamostrar, com reposição, os resíduos do triângulo de sinistros e criar conjuntos de pseudodados. De forma a achar os valores dos resíduos, primeiro devem ser calculados valores ajustados. Em muitos casos de técnicas de bootstrap são usados métodos de Chain Ladder para ajustamento e previsão. Estes valores ajustados serão diferentes daqueles calculados usando as aproximações dos Modelos Lineares Generalizados (exceptuando o método de sobredispersão de Poisson) (Martinho, 2021).

Dado o triângulo superior de dados dos montantes cumulativos de sinistros observados e os factores de desenvolvimento do método de Chain Ladder, os valores ajustados podem ser encontrados. Primeiro, a diagonal final dos montantes observados permanecerá a mesma para os valores ajustados. E os remanescentes dos valores ajustadas serão encontrados retaguardamente de forma recursiva dividindo o valor ajustado em t pelo factor desenvolvimento $t - 1$.

Para os dados ajustados, a sua forma incremental é facilmente encontrada pela diferença. Uma vez tendo os valores incrementais ajustados, os resíduos podem ser calculados. É importante usar uma forma de resíduos adequados. Resíduos de Person são os comumente utilizados uma vez que a forma é facilmente invertida para resolver os pseudovalores ajustados.

Resíduos de Person

$$r = (X - m)/\sqrt{m} \quad (2.35)$$

Onde X e m são os montantes incrementais observados e ajustados, respectivamente. Esses resíduos são considerados *sem escala* porque eles não contêm o parâmetro de escala \emptyset . Este parâmetro de escala não é necessário nos cálculos Bootsatrap, mas são utilizados no processo de cálculo de erro por isso devem ser estimados. Uma das estimações para \emptyset considerada consistente com os resíduos aqui utilizados é:

$$\emptyset^* = \frac{\sum r^2}{n - p} \quad (2.36)$$

Sendo n o número dos (pontos) dados da amostra, ou número de sinistros no triângulo superior, e p como o número de parâmetros por estimar. Então a soma é tomada sobre os n resíduos calculados a partir do triângulo superior. Segundo Chiquito (2021), $p = 2n - 1$.

Uma vez tendo sido feita a reamostragem dos n resíduos, com reposição, e colocados na forma de triângulo superior, os dados amostrais bootstrap estão criados. Os pseudo valores para os montantes de sinistros, X^* , são encontrados resolvendo X da equação (2.37) e usando a reamostragem dos resíduos de Person, r^* , associado aos valores incrementais ajustados. Desta forma, o método de bootstrap dá um novo triângulo superior dos pagamentos incrementais.

$$X^* = r^*\sqrt{m} + m \quad (2.37)$$

Agora a previsão do Erro pode ser calculada da mesma maneira tal como descrito no método de Mack, como a Raiz Quadrática do Erro Quadrático Médio (\sqrt{EQM}). Foi descrito que o EQM pode ser obtido através da divisão da variância do processo pela variância estimada. Usando o método de bootstrap, estas variâncias podem ser encontradas através de cálculos simples e que não requerem um software estatístico avançado (No caso desta dissertação, utilizamos o *R studio*). Esta é uma das principais vantagens de uso do método de bootstrap em vez de tentar achar o Erro de previsão através de cálculos analíticos, esta pode ser achado através da simulação e facilmente calculado em uma planilha.

A variância do processo Bootstrap pode ser encontrado multiplicando o montante total da reservas em cada ano de acidente pelo parâmetro de escala estimado, ϕ^* . Para os anos de ocorrência, as reservas R_i são encontrados pelo cálculo das reservas futuras estimadas de Chain Ladder, nos dados originais observados dos montantes de sinistros.

A variância estimada usa o erro padrão encontrado nas reservas do ano de acidente (i) em todas as amostras de bootstrap. A variância estimada é dimensionada para levar em conta os graus de liberdade, o que tornará os resultados comparáveis aos do Método de Mack.

Assim as estimativas são dadas por:

$$Var (X_{i,j})_B = \phi^* R \quad (2.38)$$

$$Var (X_{i,j}^*)_B = \frac{n}{n-p} (EQM(R))^2 \quad (2.39)$$

$$EP_B = \sqrt{\phi * R + \frac{n}{n-p} (EQ(R))^2} \quad (2.40)$$

Onde: EQ=Erro Quadrático EQM=Erro Quadrático Médio EP= Erro de Previsão

Passos para realizar o processo de Bootstrap

1. Calcular factores de desenvolvimento para os valores cumulativos de sinistros;
2. Usar factores de desenvolvimento para obter valores cumulativos ajustados para o triângulo superior;
3. Obter os valores incrementais ajustados por diferenciação;
4. Calcular os resíduos de Pearson para cada valor no triângulo superior usando os valores observados e valores incrementais ajustados;
5. Começar o laço iterativo de bootstrap a ser repetido N vezes:
 - a) Reamostrar com reposição n resíduos para formarem um novo triângulo superior de valores residuais;
 - b) Criar pseudodados de sinistros cumulativos usando os resíduos reamostrados bem como valores incrementais ajustados;
 - c) Criar pseudodados dos sinistros cumulativos que estão associados como os pseudo sinistros incrementais;

- d) Usar o método de Chain Ladder em pseudodados acumulados para estimar futuros sinistros na forma cumulativa;
- e) Obter os sinistros futuros incrementais pela diferenciação;
- f) Somar os sinistros incrementais previstos por ano de acidente para obter estimativas de reservas anuais;
- g) Armazenar os resultados e retornar ao início do circuito de bootstrap.

Os resultados armazenados criarão a distribuição preditiva. Esses valores podem ser comparados com os resultados da Chain Ladder para determinar o *bias* e o erro de predição podem ser calculados usando a Equação (2.40).

England e Verral (2002), propôs algumas alterações para o procedimento de Bootstrap, sugerindo que os resíduos sejam dimensionados tendo em conta os graus de liberdade antes de serem amostrados. Isto seria feito calculando os resíduos da seguinte forma:

$$r' = \sqrt{\frac{n}{n-p} \cdot \frac{X-m}{\sqrt{m}}} \quad (2.41)$$

O passo 4 do procedimento de bootstrap seria feito usando a fórmula acima em vez da equação (2.37).

$$r = \frac{X-m}{\sqrt{m}} \quad (2.42)$$

Também é sugerido que uma etapa adicional seja adicionada ao circuito iterativo para extrair uma observação aleatória a partir da distribuição do processo subjacente. Isto toma espaço a partir do passo (e) do circuito de bootstrap. Para cada célula do triângulo, a observação aleatória.

CAPÍTULO III: METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo são apresentados os aspectos metodológicos que foram seguidos para a realização da pesquisa. Parte deste capítulo discute as etapas e procedimentos adoptados para análise, descrição dos dados da pesquisa e, as limitações do estudo.

Segundo Moresi (2003), Metodologia Científica é entendida como um conjunto de etapas ordenadamente dispostas que devem ser vencidas na investigação de um fenómeno.

A pesquisa teve uma abordagem quantitativa, baseando-se na colecta e análise de dados da companhia que aqui designamos por XYZ por razões de confidencialidade. Estes dados foram processados através da aplicação de modelos (determinísticos e estocásticos) actuariais de reserva de sinistros baseados em dados históricos. A pesquisa quantitativa foi conduzida através da colecta de dados de pagamentos de sinistros de um período de 10 anos, do tipo do ramo não vida, segmento automóvel.

Importa realçar que o modelo de dados utilizado para apresentação e como ponto de partida para análise e aplicação das metodologias é o designado triângulo de *run off* e apresentamos a sua configuração na (Tabela 3.1).

Após o processamento dos dados fez-se uma comparação dos resultados da aplicação das principais metodologias actuariais de estimação das provisões para sinistros IBNR, com o objectivo de aprovisionar melhores estimativas de modo a satisfazer os compromissos da seguradora e mante-la solvente.

Os modelos utilizados nesta dissertação foram os modelos determinísticos de Chain Ladder, e Bornhuetter-Ferguson e os estocásticos, Thomas Mack e Bootstrap. E sobre estes modelos, foram apresentados no capítulo anterior teorias como base de compreensão minuciosa dos mesmos, acto que facilita a aplicação dos mesmos. Para o modelo de Bornhuetter-Ferguson foram tidos alguns pressupostos, tais como a sinistralidade com base em dados de painel apresentados nos relatórios do ISSM.

Feita a utilização da técnica de Chain Ladder, com o método de Bornhuetter-Ferguson, foram estimadas as provisões, mediante aplicação do triângulo de *run-off*, e em seguida, por meio do modelo descrito por Mack (1993), foi estimado o erro padrão associado à provisão e, o intervalo de confiança de estimativas. Serão igualmente estudadas também distribuições de probabilidade empíricas para a provisão de IBNR obtidas por Bootstrapping, considerando

10.000 simulações. Por fim, os resultados obtidos para o intervalo determinístico e as distribuições empíricas serão comparados e discutidos.

Para os modelos estocásticos, foram verificados os pressupostos previamente exigidos para a sua aplicação, com recurso ao teste de *Spearman*, análise dos pares dos pagamentos, estudo do parâmetro z , tendo como base o estudo dos *Small e Large* factores.

O ramo do estudo foi o ramo automóvel e tendo em conta que segundo o ISSM (2022), só em 2021, este ramo registou incremento do número de apólices comercializadas, situando-se em 955,712, contra 829,798 apólices comercializadas em 2020.

Todos os cálculos foram realizados com recurso as ferramentas *Microsoft Excel* e *R Studio* e para esta última alguns comandos são apresentados com anexo.

Por fim, foi elaborada uma conclusão com a melhor estimativa da provisão nos diversos contextos modelares aplicados, os resultados obtidos com base em pressupostos actuariais e situação económica nacional. São apresentados de forma empírica algumas opiniões de qual seria ideal para uso no caso em análise.

3.1. Variáveis e indicadores de estudo

Quatro variáveis serão básicas para a implementação de modelos de pesquisa que se pretendem estudar, nomeadamente: (i) o período de origem ou data de ocorrência de sinistros (t); (ii) o período de desenvolvimento que é o número de período referentes ao atraso no pagamento (i); (iii) o valor pago pela seguradora referente aos sinistros originados no período t , mas que foram pagos com i instantes de tempo de atraso ($C_{t,i}$); e (iv) o valor pago pela seguradora referente ao sinistros originados no período t , mas que não foram pagos até i instante tempo de atraso ($D_{t,i}$), e foram tidas em conta duas variáveis auxiliares tais como o (p_i) Prémios e (π_i) Sinistralidade.

Os dados foram organizados, no formato de triângulo de run-off, e que através desta foram obtidos os indicadores de variabilidade para a conclusão da melhor estimativa com recurso as metodologias estudadas.

Abaixo, apresentamos o triângulo de base para os nossos cálculos.

Tabela 3.1: Dados do Estudo (Run Off)

Ano de ocorrência	Ano Desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	68409	23428,96	801,9785	840,5458	167,9833	32,54756	130,3064	3,106681	1,016204	0
2013	2810978	1100341	49438,98	10189,78	9235,944	1691,359	629,7234	118,4734	99,61727	
2014	4608913	1606277	51870,34	30964,91	24046,97	6200,871	648,6465	0		
2015	6113057	2086764	43331,93	37939,72	16027,66	4505,512	707,7207			
2016	7403139	2453358	71878,33	24421,85	2450,896	533,9113				
2017	8686547	2805959	310753,3	3394737	3465907					
2018	9018525	2330745	96150,34	12018,07						
2019	25080	6045,865	133,0914							
2020	70800	19129,81								
2021	4608816									

Fonte: Companhia de Seguros XYZ

3.2. Procedimento de Análise

A análise foi feita como base em comparação dos resultados fixados e tido em conta a ideia do actuário (autor) conjugado com a base empírica em termos de valores que poderiam representar a melhor opção em variados casos (prudência ou não) pela companhia de seguros. Uma tabela comparativa dos resultados é apresentada para além de uma figura das opções de escolha.

3.3. Limitações da Pesquisa

Uma das limitações foi ter dificuldade de obter mais triângulos para a verificação do comportamento em outras circunstâncias e companhias.

CAPÍTULO IV: APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No presente capítulo apresentamos os resultados e a discussão dos resultados da análise da aplicação das metodologias de cálculo das provisões IBNR em um triângulo de *run off*. A discussão parte do pressuposto das comparações dos resultados obtidos sob ponto de vista do menor valor bem como do mais prudente para uma companhia de seguros.

3.4. Aplicação prática dos modelos

4.1.2. Metodologia de Chain Ladder (MCL)

Nesta dissertação foi considerado um triângulo de *run off* histórico de sinistros pagos do ramo automóvel, para a projecção de pagamentos ainda pendentes da companhia XYZ de montantes pagos do ano 2012 à 2021 (vide Tabela 4.1), cuja cauda é nula. Os dados foram mascarados com vista a salvaguardar a confidencialidade da companhia.

Trata-se de dados históricos, uma vez que as metodologias estudadas utilizam-se dos mesmos para gerar provisões.

Tabela 4.1: Montantes pagos no Ramo Automóvel em formato incremental (2012-2021) XYZ

Ano de ocorrência	Ano Desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	68409	23428,96	801,9785	840,5458	167,9833	32,54756	130,3064	3,106681	1,016204	0
2013	2810978	1100341	49438,98	10189,78	9235,944	1691,359	629,7234	118,4734	99,61727	
2014	4608913	1606277	51870,34	30964,91	24046,97	6200,871	648,6465	0		
2015	6113057	2086764	43331,93	37939,72	16027,66	4505,512	707,7207			
2016	7403139	2453358	71878,33	24421,85	2450,896	533,9113				
2017	8686547	2805959	310753,3	3394737	3465907					
2018	9018525	2330745	96150,34	12018,07						
2019	25080	6045,865	133,0914							
2020	70800	19129,81								
2021	4608816									

Fonte: Dados mascarados da seguradora XYZ

Os dados da Tabela 4.1, estão em formato incremental e por isso, recorreremos a fórmula (2.3), para obter o triângulo *run off* acumulado, que nos possibilita a aplicação do método de Chain Ladder, resultando em dados apresentados na (Tabela 4.2).

Tabela 4.2: Matriz *Run off* Acumulada da companhia XYZ.

Ano de Ocorrência	Ano de Desenvolvimento									
	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
2 012,00	68 409,00	91 837,96	92 639,94	93 480,48	93 648,47	93 681,01	93 811,32	93 814,43	93 815,44	93 815,44
2 013,00	2 810 978,00	3 911 318,67	3 960 757,66	3 970 947,44	3 980 183,38	3 981 874,74	3 982 504,46	3 982 622,94	3 982 722,55	
2 014,00	4 608 913,00	6 215 190,37	6 267 060,71	6 298 025,63	6 322 072,59	6 328 273,46	6 328 922,11	6 328 922,11		
2 015,00	6 113 057,00	8 199 821,30	8 243 153,23	8 281 092,95	8 297 120,62	8 301 626,13	8 302 333,85			
2 016,00	7 403 139,00	9 856 497,03	9 928 375,36	9 952 797,21	9 955 248,11	9 955 782,02				
2 017,00	8 686 547,00	11 492 506,17	11 803 259,43	15 197 996,92	18 663 903,48					
2 018,00	9 018 525,00	11 349 269,92	11 445 420,26	11 457 438,33						
2 019,00	25 080,00	31 125,86	31 258,96							
2 020,00	70 800,00	89 929,81								
2 021,00	4 608 816,00									

Fonte: Resultado produzido pelo autor através da aplicação da fórmula (2.3) no MS Excel.

Através da aplicação da fórmula (2.8) obtemos os factores de desenvolvimento que nos permitem prever os valores do triângulo inferior de *run off* representado na Tabela 4.2, sendo que abaixo são apresentados os resultados obtidos (Tabela 4.3).

Tabela 4.3: Factores de desenvolvimento do MCL.

f_{ij}	1,320369	1,012206998	1,067859821	1,08032627	1,00045253	1,000113143	1,000011685	1,000024687	1
----------	----------	-------------	-------------	------------	------------	-------------	-------------	-------------	---

Fonte: Resultado produzido pelo autor através da aplicação da fórmula 2.8 no MS Excel.

Observando estes factores de desenvolvimento (f_{ij}) notamos que eles tendem para 1, cada vez mais que nos aproximamos de último ano de desenvolvimento. O objectivo de cálculo destes factores de desenvolvimento é essencialmente o preenchimento dos valores do triângulo inferior através da multiplicação dos mesmos com os valores da diagonal. O resultado consta da Tabela 4.4, o que nos possibilita a obtenção de valores ainda pendentes (os IBNR).

Tabela 4.4: Matriz *run off* completada do MCL.

Ano de Ocorrência	Ano de Desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	68 409,00	91 837,96	92 639,94	93 480,48	93 648,47	93 681,01	93 811,32	93 814,43	93 815,44	93 815,44
2013	2 810 978,00	3 911 318,67	3 960 757,66	3 970 947,44	3 980 183,38	3 981 874,74	3 982 504,46	3 982 622,94	3 982 722,55	3 982 722,55
2014	4 608 913,00	6 215 190,37	6 267 060,71	6 298 025,63	6 322 072,59	6 328 273,46	6 328 922,11	6 328 922,11	6 329 078,35	6 329 078,35
2015	6 113 057,00	8 199 821,30	8 243 153,23	8 281 092,95	8 297 120,62	8 301 626,13	8 302 333,85	8 302 430,86	8 302 635,82	8 302 635,82
2016	7 403 139,00	9 856 497,03	9 928 375,36	9 952 797,21	9 955 248,11	9 955 782,02	9 956 908,45	9 957 024,79	9 957 270,60	9 957 270,60
2017	8 686 547,00	11 492 506,17	11 803 259,43	15 197 996,92	18 663 903,48	18 672 349,45	18 674 462,11	18 674 680,31	18 675 141,32	18 675 141,32
2018	9 018 525,00	11 349 269,92	11 445 420,26	11 457 438,33	12 377 771,61	12 383 372,92	12 384 774,02	12 384 918,73	12 385 224,47	12 385 224,47
2019	25 080,00	31 125,86	31 258,96	33 380,18	36 061,49	36 077,81	36 081,89	36 082,31	36 083,20	36 083,20
2020	70 800,00	89 929,81	91 027,58	97 204,70	105 012,79	105 060,31	105 072,19	105 073,42	105 076,02	105 076,02
2021	4 608 816,00	6 085 336,17	6 159 619,86	6 577 610,56	7 105 965,48	7 109 181,14	7 109 985,50	7 110 068,58	7 110 244,10	7 110 244,10

Fonte: Resultado produzido pelo autor através da aplicação da fórmula no MS Excel.

De acordo com o Método de Chain Ladder, as reservas anuais e totais são obtidos pelas fórmulas (2.7) e (2.6) respectivamente, e seguindo as mesmas obtivemos o resultado que consta da Tabela 4.5:

Tabela 4.5: Reservas segundo o Método de Chain Ladder (MCL).

Ano	Reserva
2012	0
2013	0
2014	156
2015	97
2016	1126
2017	8446
2018	920333
2019	2121
2020	1098
2021	1476520
Total	2 409 898

Fonte: Produzido pelo autor através da aplicação das fórmulas (2.6) e (2.7).

Pode-se dizer que na companhia em estudo, para as responsabilidades de sinistros ainda pendentes no ano de 2021 seriam necessárias 2.409.898 u.m para a sua resolução, deste valor, por exemplo 156 u.m seria para cobrir sinistros ocorridos em 2014.

4.1.2. Método de Bornhuetter-Ferguson (MBF)

De forma mais simples pode-se dizer que, o MBF é uma combinação entre os métodos Chain-Ladder (CL) e Expected Loss Ratio (ELR). Ele usa os factores de desenvolvimento obtidos pela Metodologia de Chain-Ladder e uma expectativa de perdas iniciais para fazer estimativas mais robustas de reservas, especialmente para anos recentes onde há menos informações disponíveis.

Por conta da falta da ampliação de dados, para o MBF no contexto do mercado de seguros de Moçambique, fizemos algumas suposições com base em práticas típicas de mercado, dado que não temos os dados de prémios directamente.

No mercado moçambicano, a ELR pode variar dependendo do tipo de seguro (automóvel, saúde, vida, etc.). Usaremos a ELR de ramo não vida que corresponde a uma média seja de 50% a 70% (ISSM, 2021).

Para os prémios não ganho estimamos com base em uma média do mercado e para efeito de cálculo, suponhamos que os prémios anuais para o portfólio total são uniformemente distribuídos e que o prémio médio por ano para o período de 2012 a 2021 seja de 19.000.000 u.m.

Sendo assim, os cálculos para Reservas Bornhuetter-Ferguson mediante o uso da fórmula a seguir,

$$Reserva\ BF = ELR * Premio\ Estimado * (1 - 1/CDF) \quad (4.1)$$

A fórmula (4.1) é equivalente a fórmula (2.14)

Onde CDF são factores de desenvolvimento obtidos pelo método de Chain Ladder (f_i).

Tabela 4.6: Resultados do MBF com dados e pressupostos do Mercado.

Ano Ocorrência	Prémio Estimado (MZN)	ELR	CDF (Estimado)	Factor (1 - 1/CDF)	Reserva BF (MZN)
2012	19,000,000	50%	1.00	0.00	0
2013	19,000,000	50%	1.00	0.00	0
2014	19,000,000	50%	2.50	0.60	5,700,000
2015	19,000,000	50%	3.00	0.67	6,333,333
2016	19,000,000	50%	3.50	0.71	6,785,714
2017	19,000,000	50%	4.00	0.75	7,125,000
2018	19,000,000	50%	4.50	0.78	7,355,556
2019	19,000,000	50%	5.00	0.80	7,600,000
2020	19,000,000	50%	5.50	0.82	7,772,727
2021	19,000,000	50%	6.00	0.83	7,916,667
Total	190,000,000				56,588,997

Fonte: Processado pelo autor mediante a ferramenta MS Excel.

A reserva de sinistros ainda pendentes segundo o método de Bornhutter Ferguson corresponde a um total é de 56,588,997 MZN.

4.1.3. Método de Thomas Mack (MTM)

Diferentemente dos métodos anteriores, que são do tipo determinístico, para este método estocástico, tal como referido no capítulo anterior, antes da sua aplicação, é necessário a verificação dos pressupostos para a sua aplicação.

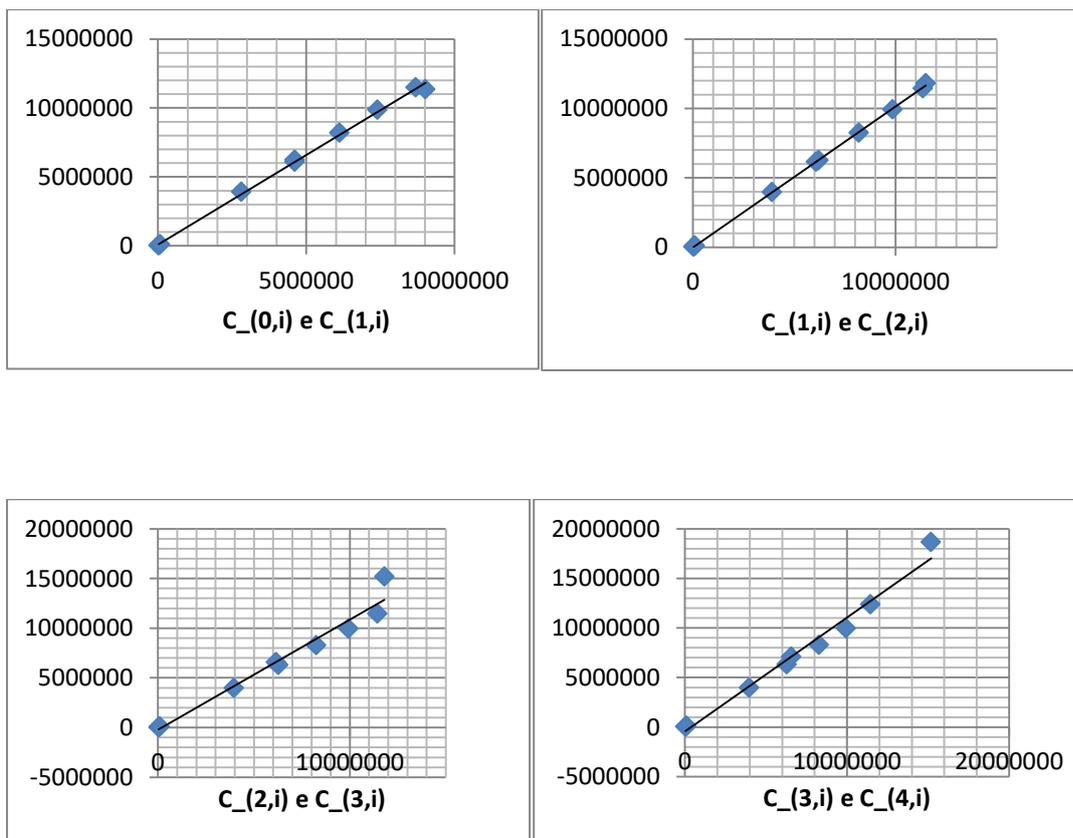
4.1.3.1. Análise dos pressupostos de Mack para os dados em estudo:

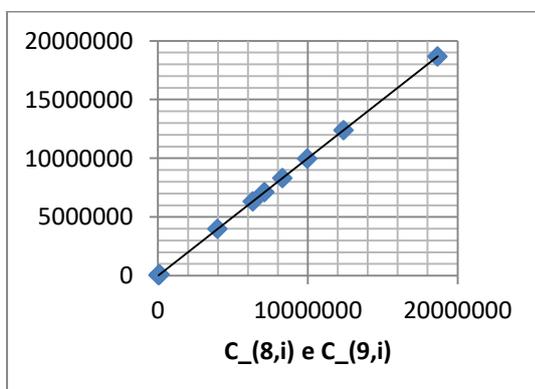
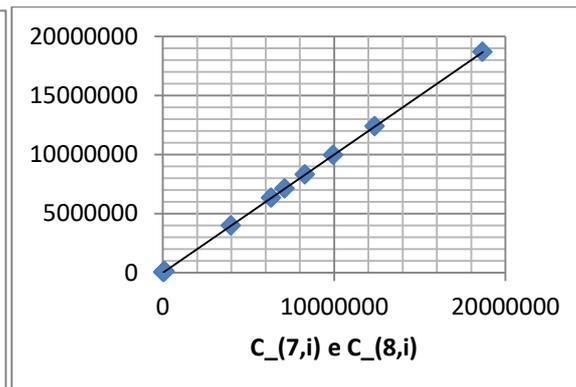
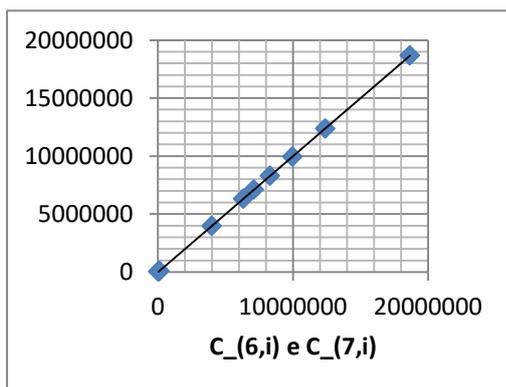
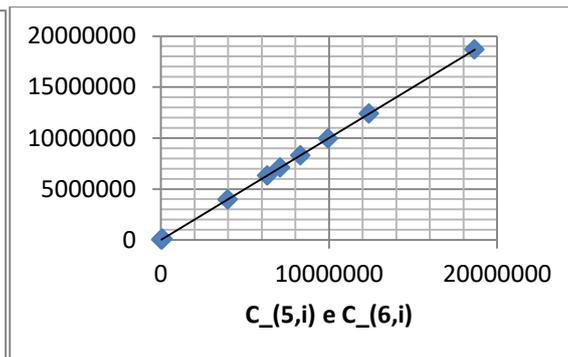
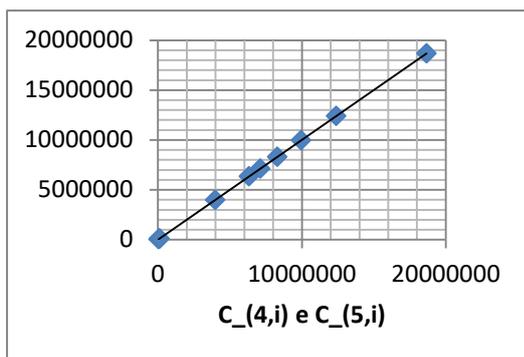
Quanto aos coeficientes de desenvolvimento, é necessário a verificação do pressuposto dos pares $C_{i,j}; C_{i,j+1}$ e para tal usamos os diagramas de dispersão do MS Excel, e verificamos a existência de uma recta que passa pela origem e que tem como declive um valor estimado

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{k=0}^{n-k} C_{i,k}}, \quad k = 0, \dots, n - 1.$$

E, observando a série dos Gráficos 4.1, verifica-se um ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento, pelo que podemos utilizar os factores de desenvolvimento ou seja eles são adequados para os dados do estudo.

Gráfico 4.1: Verificação da paridade dos coeficientes de Mack do 1º pressuposto.





Fonte: Produzido pelo autor mediante aplicação dos diagramas de dispersão nos dados em Estudo.

Verificado o primeiro pressuposto, prosseguimos com recurso ao *Teste de spearman* para a verificação da **inexistência de correlação entre os factores** aprovados pelo teste anterior, e para tal achamos a matriz dos rácios individuais, conforme a Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Factores individuais

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	1,342484	1,00873254	1,00907326	1,00179699	1,00034755	1,001391	1,000033116	1,000010832	1	
2013	1,391444	1,01263998	1,00257268	1,00232588	1,000424945	1,0001581	1,000029748	1,000025013		
2014	1,348515	1,00834574	1,0049409	1,00381818	1,000980829	1,0001025	1			
2015	1,341362	1,0052845	1,00460257	1,00193545	1,000543021	1,0000853				
2016	1,331394	1,00729248	1,0024598	1,00024625	1,000053631					
2017	1,323024	1,02703964	1,28761017	1,22805022						
2018	1,25844	1,00847194	1,00105003							
2019	1,241063	1,00427591								
2020	1,270195									
2021										

Fonte: Produzido pelo autor pela aplicação da fórmula (2.9).

De seguida compusemos a Matriz $[r_{i,k}]$ que consta da fórmula (2.18), que representa o ordenamento por coluna dos factores individuais (link ratios), do menor ao maior atribuindo a ordem correspondente no intervalo de $[1, n]$ conforme a matriz abaixo. Caso o resultado do coeficiente de Spearman, mostre uma correlação forte (positiva ou negativa), isso indicaria que os factores de desenvolvimento podem não ser independentes, o que violaria o terceiro pressuposto do método de Mack. Nesse caso, pode ser necessário ajustar o modelo ou buscar outro método que acomode a correlação entre os factores de desenvolvimento. Dos nossos cálculos apresentamos a seguir os resultados.

Tabela 4.8: Matriz r_{ik} para o cálculo do coeficiente de Spearman.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012		6	6	2	2	4	3	1	1	
2013		7	3	4	3	3	2	2		
2014		4	5	5	5	2	1			
2015		2	4	3	4	1				
2016		3	2	1	1					
2017		8	7	6						
2018		5	1							
2019		1								
2020										
2021										

Fonte: Produzido pelo Autor.

De forma homóloga, calculamos os elementos ordinários da matriz $[s_{i,k}]$, Conforme definidos na revisão teórica no capítulo anterior. Em vez de elementos do r , aqui são considerados elementos precedentes, conforme a Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Matriz s_{ij} para o cálculo de *Spearman*.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012		6	5	5	2	1	3	1	1	
2013		8	6	2	4	2	2	2		
2014		7	3	4	5	4	1			
2015		5	1	3	3	3				
2016		4	2	1	1					
2017		3	7	6						
2018		2	4							
2019		1								
2020										
2021										

Fonte: Produzido pelo Autor através da interpretação de dados e cálculos respectivos.

Aplicando a fórmula (2.18), de T_j , obtivemos os valores dos coeficientes de correlação de Spearman, (Tabela 4.10)

Tabela 4.10: Coeficientes de Spearman em cada ano de desenvolvimento.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
T_j	0,55	0,619048	0,75	0,942857	0,1	1	1	1

Fonte: Estimado pelo autor com aplicação da fórmula (2.18).

Os valores de T_j estão dentro do intervalo de 0 a 1, teoricamente, denotam a ausência de correlação entre os coeficientes de desenvolvimento e sendo assim, assume-se que a $E(T_j) = 0$.

E de acordo com o trabalho de Mack (1993), a estatística de teste global T será obtida através da Fórmula (2.21) e (2.22), pelo que obtemos:

Teste de Spearman

$$T = 0,1$$

Estáticas básicas

$$E(T) = 0 \text{ e } Var(T) = \frac{1}{\frac{(n-1)(n-2)}{2}} = 0,027778$$

Como observamos no Capítulo II, pela Teoria de Limite Central, pode-se assumir que as distribuições se aproximam razoavelmente de uma distribuição Normal e sendo assim, só se aceita a hipótese de ausência de correlações entre os factores individuais de desenvolvimento,

caso a estimativa esteja dentro do intervalo de confiança estabelecido pelas fórmulas (2.23) e considerando 95% de nível de confiança então teremos os resultados abaixo,

$$] - 0,11698; 0,11698 [$$

Podemos verificar que o T encontrado de 0,1 está dentro do intervalo e portanto é aceitável que os coeficientes de desenvolvimentos são não correlacionados.

Prosseguindo com o teste dos pressupostos verificamos a independência entre os anos de ocorrência a seguir.

Analisamos de forma isolada para validar a independência entre os diferentes anos de ocorrência acima calculados na Tabela 4.7 (os factores individuais) agrupando os factores em dois conjuntos designados *Large and Small* factores, L e S, em que o asterisco (*) representa os valores que serão desprezados (geralmente valores medianos, caso observe-se que o número dos factores é ímpar) (vide o resultado na Tabela 4.11).

Tabela 4.11: Matriz dos *Small and Large* Factores.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	L	L	L	S	*	L	L	S	L	
2013	L	L	*	L	S	L	S	L		
2014	L	S	L	L	L	S	*			
2015	L	S	L	L	L	S				
2016	L	S	S	S	S					
2017	*	L	L	S						
2018	S	L	S							
2019	S	S								
2020	S									
2021										

Fonte: Produzido pelo autor através do agrupamento dos link ratios.

Da Tabela 4.11, pudemos estimar os primeiros dois momentos da variável de teste Z conforme as fórmulas (2.24).

Tabela 4.12: Momentos da variável Z.

k	S_j	L_j	$Z_j = \min(L_j, S_j)$	n	m	$E(Z_j)$	$V(Z_j)$
0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	2	0	2	1	0,5	0,25
2	0	3	0	3	1	0,75	0,1875
3	2	1	1	3	1	0,75	0,1875
4	1	3	1	4	2	1,25	0,4375
5	2	3	2	5	2	1,5625	0,371094
6	2	5	2	7	3	2,40625	0,553711
7	5	3	3	8	4	2,90625	0,803711
8	6	2	2	8	4	2,90625	0,803711
		Σ	11			13,03125	3,594727

Fonte: Produzido pelo autor através da aplicação das fórmulas.

Concluimos que, registam-se factores elevados e ou reduzidos nas diagonais da matriz, se observarmos que a soma dos elementos de L e S divididos por dois é sempre maior que a variável de teste Z.

Desta forma, podemos obter a estimativa intervalar de Z, se consideramos que segundo a tabela obteve-se 11, recorrendo a fórmula (2.24),

$$\Leftrightarrow \left[E(Z) - \Phi^{-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \right] * \sqrt{Var(z)}; E(z) + \Phi^{-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \right] * \sqrt{Var(z)} \right]$$

$$\Leftrightarrow]10,700465; 13,36203592[$$

Observando o intervalo acima, verificamos que o valor de Z faz parte do mesmo, pelo que aceitamos a hipótese de independência entre os anos de ocorrência.

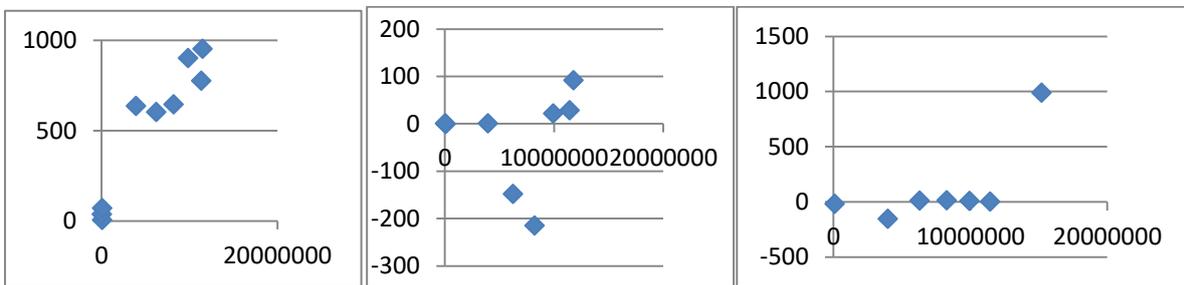
Para o último pressuposto podemos recorrer aos gráficos de dispersão do par $\left(C_{ik}; \frac{C_{i,k+1} - C_{i,k} * \hat{f}_k}{\sqrt{C_{ik}}} \right)$. É de notar que, o segundo elemento do par é composto por resíduos, para cada ano de desenvolvimento $k = 0, \dots, n - 1$. Para tal construímos a matriz dos elementos $\frac{C_{i,k+1} - C_{i,k} * \hat{f}_k}{\sqrt{C_{ik}}}$ (Tabela 4.13); e de seguida projectamos os gráficos de dispersão (Gráfico 4.2, 4.3 e 4.4)

Tabela 4.13: Par $\left(C_{ik}; \frac{C_{i,k+1}-C_{i,k}*\hat{f}_k}{\sqrt{C_{ik}}}\right)$.

	1,00 Par 1	2,00 Par 2	3,00 Par 3	4,00 Par 4	5,00 Par 5	6,00 Par 6	7,00 Par 7	8,00 Par 8	9,00 Par 9									
2 012,00	91 837,96	5,78	92 639,94	-1,05	93 480,48	-17,89	93 648,47	-24,01	93 681,01	-0,03	93 811,32	0,39	93 814,43	0,01	93 815,44	0,00	93 815,44	0,00
2 013,00	3 911 318,67	635,83	3 960 757,66	0,86	3 970 947,44	-154,74	3 980 183,38	3,73	3 981 874,74	0,62	3 982 504,46	0,29	3 982 622,94	0,01	3 982 722,55	0,05		
2 014,00	6 215 190,37	602,52	6 267 060,71	-148,37	6 298 025,63	11,24	6 322 072,59	9,30	6 328 273,46	2,44	6 328 922,11	0,20	6 328 922,11	0,00				
2 015,00	8 199 821,30	645,40	8 243 153,23	-214,88	8 281 092,95	12,89	8 297 120,62	5,54	8 301 626,13	1,49	8 302 333,85	0,25						
2 016,00	9 856 497,03	900,45	9 928 375,36	21,47	9 952 797,21	7,71	9 955 248,11	0,70	9 955 782,02	0,17								
2 017,00	11 492 506,17	951,71	11 803 259,43	91,28	15 197 996,92	988,03	18 663 903,48	889,04										
2 018,00	11 349 269,92	776,08	11 445 420,26	28,50	11 457 438,33	3,55												
2 019,00	31 125,86	38,17	31 258,96	0,75														
2 020,00	89 929,81	71,89																
2 021,00																		

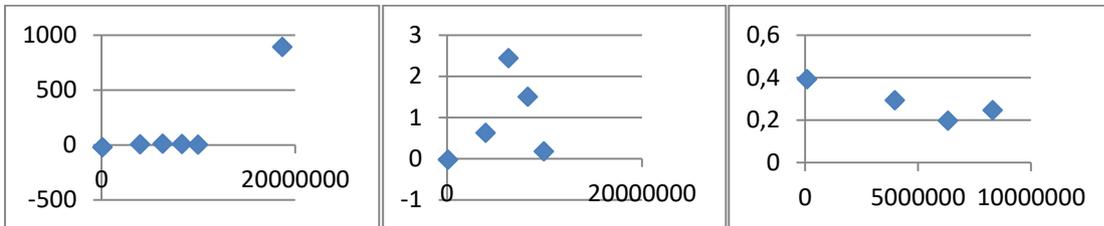
Fonte: Produzido pelo autor através da aplicação da fórmula $\frac{C_{i,k+1}-C_{i,k}*\hat{f}_k}{\sqrt{C_{ik}}}$.

Gráfico 4.2: Resíduos ponderados dos anos 1, 2 e 3.



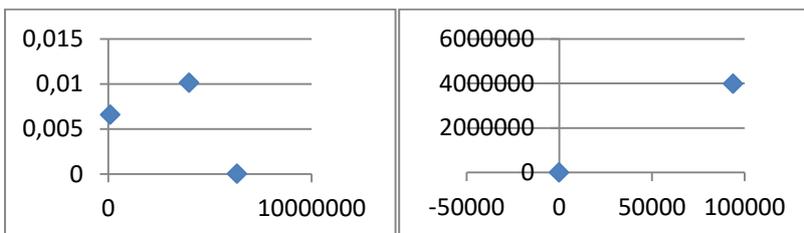
Fonte: Produzido pelo autor com recurso ao MS Excel.

Gráfico 4.3: Resíduos ponderados dos anos de desenvolvimento 4, 5 e 6.



Fonte: Produzido pelo autor com recurso ao MS Excel.

Gráfico 4.4: resíduos ponderados dos anos de desenvolvimento 7 e 8.



Fonte: Produzido pelo autor com recurso ao MS Excel.

De seguida analisamos os gráficos dos resíduos e concluímos que há aleatoriedade dos dados, ou seja, não há nenhuma tendência entre estes, sendo assim concluir que o pressuposto se verifica, portanto, avançamos para os passos subsequentes da Metodologia de Mack (vide os gráficos de dispersão).

Finalmente, estimamos a variância (σ^2) e o EQM dos factores de desenvolvimento anteriormente estimados, com recurso as fórmulas (2.27) e (2.30).

Tabela 4.14: Variância (σ^2) e Erro Quadrático Médio para o cálculo das provisões.

	σ^2	<i>EQM</i>
1	7058,019	0,0000001
2	487,7474	0,3065801
3	123088,6	0,0014766
4	192198,5	0,0000119
5	0,855143	0,0000001
6	0,056068	0,0000000
7	0,001103	0,0000000
8	9,22E-06	0,0000000
9	7,7E-08	0,0000000
10	6,43E-10	0,0000000

Fonte: Produzido pelo auto pelo MS Excel.

Aplicando as fórmulas (2.33) e (2.34) de Mack (1993), descritas no capítulo II, tivemos como resultados os apresentados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15: Resultados da aplicação do Método de Mack.

k	R_i	σ_i^2	$EQM (f_k)$	$\Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$	Limite Inf.	Limite Sup.
1	0	7058,019	0,0000001	0,7019000	0	0
2	0	487,7474	0,3065801	0,7019000	487,7474415	0
3	156,2397	123088,6	0,0014766	0,7019000	123219,4957	156,2127412
4	97,00868	192198,5	0,0000119	0,7019000	192279,786	97,00625644
5	1126,43	0,855143	0,0000001	0,7019000	944,5721296	1126,429851
6	8445,975	0,056068	0,0000000	0,7019000	7076,049198	8445,974802
7	920333,3	0,001103	0,0000000	0,7019000	771050,3685	920333,281
8	2121,227	9,22E-06	0,0000000	0,7019000	1777,152936	2121,227164
9	1097,773	7,7E-08	0,0000000	0,7019000	919,708398	1097,772964
10	1476520	6,43E-10	0,0000000	0,7019000	1237020,812	1476520,174
T	2409898	322833,8	0,308068734	7,019	2 334 775,692	2 409 898,079

Fonte: Produzido pelo autor através do processamento de dados com aplicação das fórmulas.

4.1.4. Metodologia de Bootstrap (MBo)

Tal como foi abordado, o Mbo trabalha com a ideia de reamostrar repetidamente dos dados observados, criando várias replicações da amostra original. Cada replicação gera uma nova estimativa do parâmetro de interesse (neste caso, a reserva), o que permite calcular não apenas a estimativa pontual, mas também a distribuição de probabilidade dessas estimativas. Nesta abordagem mostraremos os passos que seguimos para obter uma amostra e de seguida os resultados do Bootstrapping.

Para este método, por ser complexo, recorreremos para além do MS Excel, da ferramenta R Estúdio, o pacote BootChainLadder, desenvolvido por (Wuthrich & Merz, 2015).

Primeiramente, tomamos a matriz Acumulada, descrita no modelo de Chain Ladder e ajustaremos aos factores de desenvolvimento e obteremos uma matriz ajustada, conforme a Tabela 4.16 sendo que, para esta tabela considerou-se a fórmula do ajuste (4.2).

$$\text{Pagamento ajustado } (i, j) = \frac{\text{pagamento ajustado } (i, j + 1)}{\text{factor de desenvolvimento } (j + 1)} \quad (4.2)$$

Tabela 4.16: Matriz ajustada dos pagamentos acumulados.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	69 554,79	91 522,72	87 540,03	86 685,36	93 638,64	93 800,71	93 813,33	93 813,13	93 815,44	93 815,44
2013	2 962 292,89	3 912 991,77	3 718 603,66	3 684 241,97	3 980 073,64	3 982 053,92	3 982 576,40	3 982 624,24	3 982 722,55	
2014	4 707 162,93	6 191 481,31	5 897 801,85	5 852 003,02	6 325 411,02	6 328 206,11	6 328 848,16	6 328 922,11		
2015	6 210 251,42	8 143 742,58	7 754 850,21	7 680 198,89	8 297 871,09	8 301 394,60	8 302 333,85			
2016	7 464 958,38	9 808 641,30	9 320 321,84	9 215 038,45	9 951 278,77	9 955 782,02				
2017	8 704 013,19	11 660 914,67	14 232 202,22	17 276 172,95	18 663 903,48					
2018	8 595 531,17	11 307 390,96	10 729 346,78	11 457 438,33						
2019	23 573,62	30 881,98	31 258,96							
2020	68 109,62	89 929,81								
2021	4 608 816,00									

Fonte: Processado pelo MS Excel.

A partir da Tabela 4.16 e com recurso aos comandos da ferramenta R Studio, obtivemos os resíduos de Person não corrigidos, pela fórmula (2.35), e os resultados estão descritos na tabela abaixo.

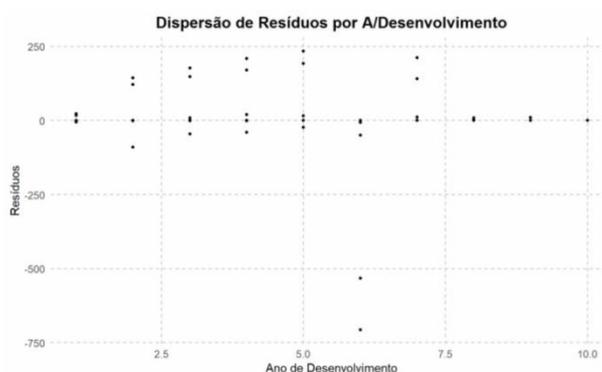
Tabela 4.17: Resíduos de Person não Corrigidos.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	-4,380734	-90,251192	-45,764949	-39,310821	-22,720436	-5,926177	140,853060	9,511997	10,111070	0,000000
2013	1,040229	-0,845981	9,510145	19,583751	15,243079	-49,677144	12,431170	1,382369	0,000000	
2014	16,755715	121,675324	147,502364	170,075881	192,975739	-706,994947	211,661430	0,000000		
2015	22,224764	143,876184	177,727511	208,811342	233,852384	-533,076032	0,000000			
2016	0,032111	0,055008	-1,327740	-0,260540	1,258034	0,000000				
2017	-0,391061	-0,089794	0,026772	0,080356	0,000000					
2018	-0,006564	-0,036048	0,029395	0,000000						
2019	0,004243	-0,000651	0,000000							
2020	0,000000	0,000000								
2021	0,000000									

Fonte: Produzido pelo autor a partir do R Studio.

De seguida verificamos se satisfaz a condição de independência, recorrendo ao gráfico de dispersão produzidos a partir do mesmo software R e concluímos que cumpre-se o pressuposto da independência (gráfico 4.5).

Gráfico 4.5: Verificação da independência dos resíduos.



Fonte: Produzido pelo autor a partir do R Studio.

Obtemos igualmente a correcção dos resíduos, com recurso a média das colunas (vide a tabela 4.18)

Tabela 4.18: Resíduos de Person corrigidos.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	-4,380734	-90,251192	-45,764949	-39,310821	-22,720436	-5,926177	140,853060	9,511997	10,111070	-28,994626
2013	1,040229	-0,845981	9,510145	19,583751	15,243079	-49,677144	12,431170	1,382369	5,055533	
2014	16,755715	121,675324	147,502364	170,075881	192,975739	-706,994947	211,661430	3,631455		
2015	22,224764	143,876184	177,727511	208,811342	233,852384	-533,076032	91,236410			
2016	0,032111	0,055008	-1,327740	-0,260540	1,258034	-259,134860				
2017	-0,391061	-0,089794	0,026772	0,080356	70,101467					
2018	-0,006564	-0,036048	0,029395	51,282853						
2019	0,00424	-0,001	35,96							
2020	3,527870416	19,37587218								
2021	3,527870416									

Fonte: Processando pelo autor a partir do *R Studio*.

Com base na tabela 4.18 e aplicando a fórmula (2.36), obtivemos a matriz *run off* dos pseudo dados utilizada para a simulação das reservas. Uma vez que a equação (3.36) só pode ser calculada por meios computacionais recorremos ao R studio para gerar mais combinações de pseudo dados.

Tabela 4.19: Matriz incremental de Pseudo dados $X_{i,j} = \text{residuos} * \sqrt{D_{i,j}} + D_{i,j}$.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	69564,42	41903,742	3515,43144	2990,151	817,6743	88,20463	0,8447911	0,09992042	0,009913944	0
2013	2809234,5	1101228,441	47369,15138	8395,391	7882,602	5312,0022	385,6124187	104,3520956	60,34488806	
2014	4573081,3	1459292,165	27437,60404	12188,372	7421,9564	512168,5228	9,1289647	0		
2015	6058353,58	1889018,612	18899,05057	13593,85	3070,1506	293111,8251	51,7008532			
2016	7403051,63	2453271,876	72235,18024	24462,6	2389,4013	68214,51947				
2017	8687699,65	2806109,592	310738,3303	3394589,436	3337833,025					
2018	9018544,71	2330799,951	96141,22561	7559,319						
2019	25079,33	6045,915	11,44218							
2020	69867,5	16631,066								
2021	4601248,53									

Fonte: Processados pelo autor com base na ferramenta *R Studio*.

De seguida obtivemos a matriz acumulada de pseudo dados, e respectiva aplicação MCL para a projecção das reservas iniciais. Feito isto obtemos os resultados das reservas (Tabela 4.21):

Tabela 4.20: Matriz Acumulada completa dos pagamentos de sinistros.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	69564,42	111468,162	114983,5934	117973,7444	118791,4187	118879,6234	118880,4682	118880,5681	118880,578	118880,578
2013	2809234,5	3910462,941	3957832,092	3966227,483	3974110,085	3979422,088	3979807,7	3979912,052	3979972,397	3979972,4
2014	4573081,3	6032373,465	6059811,069	6071999,441	6079421,397	6591589,92	6591599,049	6591599,049	6591696,111	6591696,11
2015	6058353,58	7947372,192	7966271,243	7979865,093	7982935,243	8276047,068	8276098,769	8276179,633	8276301,5	8276301,5
2016	7403051,63	9856323,506	9928558,686	9953021,286	9955410,688	10023625,21	10023861,6	10023959,54	10024107,14	10024107,1
2017	8687699,65	11493809,24	11804547,57	15199137,01	18536970,03	19116538,3	19116989,14	19117175,93	19117457,43	19117457,4
2018	9018544,71	11349344,66	11445485,89	11453045,21	12341867,29	12727742,37	12728042,53	12728166,9	12728354,32	12728354,3
2019	25079,33	31125,245	31136,68718	33239,96108	35819,57298	36939,49105	36940,36222	36940,72316	36941,26711	36941,2671
2020	69867,5	86498,566	87481,23868	93390,57018	100638,2148	103784,7223	103787,17	103788,184	103789,7123	103789,712
2021	4601248,53	6039855,059	6108471,232	6521096,636	7027171,189	7246879,449	7247050,357	7247121,166	7247227,88	7247227,88

Fonte: Processados pelo autor com base na ferramenta *R Studio*.

Tabela 4.21: Reservas pelo MBo.

Ano	Reserva Mbo
2012	0
2013	0
2014	97
2015	81
2016	236
2017	579 568
2018	888 822
2019	2 103
2020	983
2021	1 438 607
TOTAL	2 910 497

Fonte: Produzido pelo autor através da interpretação e extracção dos dados do triângulo anterior.

Fizemos a simulação com reposição dos resíduos em cerca de 10.000 simulações, tendo obtido as seguintes estimativas estatísticas e estimativas probabilísticas e intervalos de confiança (Tabela 4.22 e 4.23).

Tabela 4.22: Resultados da Aplicação da Metodologia de Bootstrap.

	Latest	Mean Ultimate	Mean IBNR	SD IBNR	IBNR 75%	IBNR 95%
2012	93815.44	93815.44	0	0	0	0
2013	3982722.55	3982722.55	0	0	0	0
2014	6328922.11	6330965.46	2043.355	68389.92	2.129805e-59	165.8154
2015	8302333.85	8299861.46	2472.389	96322.15	8.899166e-16	1657.1701
2016	9955782.02	9953442.54	-2339.486	87798.61	9.781218e-03	41652.3153
2017	18663903.48	18667969.41	4065.932	211480.66	5.241987e+03	311732.9710
2018	11457438.33	12367740.05	910301.717	779899.75	1.212915e+06	2580410.5272
2019	31258.96	38272.02	7013.067	68840.15	1.390519e-04	20788.4239
2020	89929.81	98852.46	8922.655	97644.53	1.183144e+02	84289.6822
2021	4608816.00	7067537.97	2458721.966	1248169.86	3.134041e+06	4710978.6444

Fonte: Produzido pelo Autor a partir do Software *R Studio*.

A reserva a partir deste método (MBo) é de 2458722 u.m.

Tabela 4.23: Estatísticas dos resultados.

	Totals
Latest:	63514923
Mean Ultimate:	66901179
Mean IBNR:	3386257
SD IBNR:	1575592
Total IBNR 75%:	4355413
Total IBNR 95%:	6192947

Fonte: Obtidos a partir do processamento de dados no R (10.000 simulações).

4.1.5. Tabela comparativa dos resultados

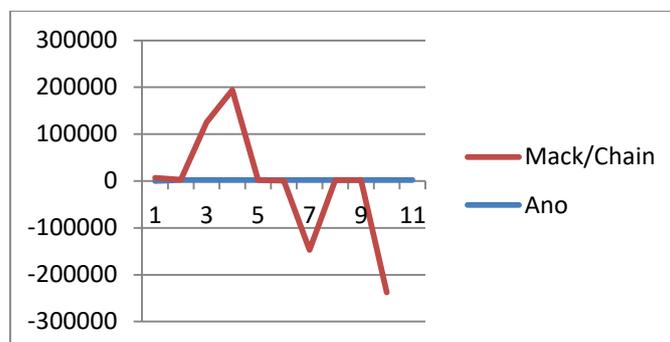
Feitas as apresentações do cálculo do capítulo II, compilamos os dados dos quatro modelos em uma única tabela para melhor verificação (Tabela 4.24)

Tabela 4.24: Tabela comparativa dos modelos de cálculo das reservas.

Ano	Determinísticas			Thomas Mack		Boot			Algumas Diferenças						
	Chain Ladder	Born.-Fergus.	Legislativa (5%)	Limite Inferior	Limite Superior	Estimada	Inferior (75%)	Superior (95)	Mack/Chain	Mack/Legislativa	BF/Mack	Boot/Chain	Boot/Mack	Legis/Chain	BF/Chain
2012	0,00	0,00	4 690,77	7 058,02	0,00	0,00	0,00	0,00	7 058,02	2 367,25	-7 058,02	0,00	-7 058,02	4 690,77	0,00
2013	0,00	0,00	199 136,13	487,75	0,00	0,00	0,00	0,00	487,75	-198 648,38	-487,75	0,00	-487,75	199 136,13	0,00
2014	156,24	5 700 000,00	316 446,11	123 219,50	156,21	2 043,36	156,24	165,81	123 063,26	-193 226,61	5 576 780,50	9,57	-123 053,69	316 289,87	5 699 843,76
2015	97,01	6 333 333,00	415 116,69	192 279,80	97,01	2 472,39	97,01	1 657,17	192 182,79	-222 836,89	6 141 053,20	1 560,16	-190 622,63	415 019,68	6 333 235,99
2016	1 126,43	6 785 714,00	497 789,10	944,57	1 126,43	-2 339,49	1 126,43	41 652,32	-181,86	-496 844,53	6 784 769,43	40 525,89	40 707,75	496 662,67	6 784 587,57
2017	8 445,97	7 125 000,00	933 195,17	7 076,05	8 445,98	4 065,93	8 445,97	311 732,97	-1 369,93	-926 119,12	7 117 923,95	303 287,00	304 656,92	924 749,20	7 116 554,03
2018	920 333,28	7 355 556,00	572 871,92	771 050,40	920 333,30	910 301,72	920 333,28	2 580 410,53	-149 282,88	198 178,48	6 584 505,60	1 660 077,25	1 809 360,13	-347 461,36	6 435 222,72
2019	2 121,23	7 600 000,00	1 562,95	1 777,15	2 121,23	7 013,07	2 121,23	84 289,68	-344,07	214,21	7 598 222,85	82 168,45	82 512,53	-558,28	7 597 878,77
2020	1 097,77	7 772 727,00	4 496,49	919,71	1 097,77	8 922,66	1 097,77	4 710 978,64	-178,06	-3 576,78	7 771 807,29	4 709 880,87	4 710 058,93	3 398,72	7 771 629,23
2021	1 476 520,17	7 916 667,00	230 440,80	1 237 021,00	1 476 520,00	2 458 721,97	1 476 520,17	4 710 978,64	-239 499,17	1 006 580,20	6 679 646,00	3 234 458,47	3 473 957,64	-1 246 079,37	6 440 146,83
Total	2 409 898,11	56 588 997,00	3 175 746,13	2 341 833,95	2 409 897,92	3 391 201,60	2 409 898,10	12 441 865,76							

Fonte: elaborado pelo autor com base na compilação dos dados em MS Excel.

Gráfico 4.6: Gráfico das diferenças dos resultados de Thomas Mack em relação ao Chain Ladder.



Fonte: elaborado pelo Autor com base na Tabela 4.24.

Segundo o gráfico 4.6 acima nos primeiros anos da aplicação do MTM, os custos seriam elevados, porém ao longo dos anos registrar-se-ia um ganho significativo.

4.2. Discussão de Resultados

Uma pesquisa sobre as metodologias, com dados em 535 entidades de 42 países, conduzida pela International Actuarial Association [IAA], (2016), concluiu que, quanto aos métodos estocásticos, 40% e 45% das entidades seguradoras, aplicam os métodos de Mack e Bootstrap, respectivamente.

Os métodos determinísticos tem sido um ponto de partida para o estudo dos métodos estocásticos (Chiquito, 2021).

Segundo IAA (2016), apenas 20% das seguradoras brasileiras, utilizam abordagens estocásticas, e quando as utilizam, estas são apenas informativas não influenciando o processo de decisão sobre os montantes de provisão.

Os nossos resultados mostram a necessidade de utilização efectiva dos métodos estocásticos, uma vez que traz mais informação para tomada de decisão.

Observando os resultados obtidos na Tabela 4.24, para a metodologia de Chain Ladder e Bornhuetter-Ferguson (MBF), observou-se que a MCL apresenta uma reserva total de 2.409.898,11 MZN, enquanto o método Bornhuetter-Ferguson (MBF) apresenta uma reserva total de 56.588.997,00 MZN, uma diferença substancial, o que reflecte o comportamento das metodologias uma vez que, o MCL tende a ser mais influenciado pelos dados passados, assumindo que os padrões de desenvolvimento observados continuarão no futuro enquanto que MBF incorpora uma estimativa prévia (como os prémios não ganhos), sendo particularmente útil quando há incerteza sobre os padrões de desenvolvimento de sinistros, algo comum em mercados emergentes como o de Moçambique.

Para o método de Bootstrap (MBo), de 2012 a 2013: Não há sinistros pendentes (Mean IBNR = 0), o que sugere que todos os sinistros esperados já foram pagos ou reportados. 2014 a 2021: Esses anos ainda têm sinistros pendentes, conforme indicado pelos valores positivos de Mean IBNR. O ano de 2021, por exemplo, tem um valor de Mean IBNR de 2.45 milhões u.m, indicando que a seguradora deve provisionar cerca de 2.45 milhões u.m para sinistros ainda não reportados para esse ano.

Mais ainda, o Desvio padrão (SD IBNR): O desvio padrão é uma medida importante de incerteza. Por exemplo, para o ano de 2021, o desvio padrão é de 1.24 milhões u.m, indicando que há uma variabilidade considerável nas estimativas de sinistros pendentes. Valores elevados de desvio padrão sugerem maior incerteza.

Ademais para este método, o Total Mean Ultimate: 66,9 milhões representa a estimativa final esperada para todos os sinistros, sugerindo que a seguradora deve se preparar para pagar aproximadamente mais 3,38 milhões (IBNR médio) em sinistros pendentes.

Sendo que, de acordo com MBo, a seguradora deve provisionar no mínimo o valor de Mean IBNR (3,38 milhões u.m), com a consideração de cenários conservadores representados pelos intervalos de confiança. Dependendo da política da empresa, pode-se provisionar valores maiores, como os percentis de 75% (4,35 milhões u.m) ou 95% (6,19 milhões u.m), para minimizar o risco de insuficiência de reservas.

Importa referir que para o MBo, para os anos com Alta Variabilidade (ex.: 2021): Anos como 2021, que têm um desvio padrão elevado (1.24 milhões u.m), indicam maior incerteza, o que sugere a necessidade de uma análise mais detalhada ou um aumento na provisão de reservas para mitigar o risco. Anos com Super-reserva (2016): Um valor negativo de IBNR sugere que a seguradora superestimou a provisão para sinistros nesse ano. Esse valor pode ser ajustado, liberando capital para outros investimentos ou coberturas

A literatura Taylor & McGuire (2000), aponta que o Chain Ladder pode subestimar reservas em contextos onde a frequência e severidade dos sinistros estão em crescimento ou onde o histórico de dados é limitado, o que parece ser confirmado pelos resultados da Tabela 4.24, especialmente nos anos de 2016 a 2021, onde o MBF supera significativamente o Chain Ladder. No ano de 2021, o MBF estima 7.916.667,00 u.m, comparado a 1.476.520,17 u.m pelo Chain Ladder.

Observando a MTM e MBo, a diferença entre os limites inferior e superior do Thomas Mack para 2021 é de 1.476.520,00 u.m no limite inferior e 1.237.021,00 u.m no limite superior, oferecendo uma variação considerável. Já o Bootstrap apresenta estimativas ainda mais amplas com uma reserva superior de 4.710.978,64 u.m e uma inferior de 2.409.898,10 u.m.

Conforme citado por England e Verrall (2002), o Bootstrap é frequentemente considerado mais robusto para capturar a variabilidade nos sinistros futuros, pois gera várias iterações baseadas em amostras dos dados históricos. Na prática, isso explica por que os valores do

Bootstrap para reservas superiores (95%) são consideravelmente maiores em comparação ao Thomas Mack. A reserva de 4.710.978,64 u.m em 2021 reflecte uma abordagem mais conservadora, útil em cenários com incerteza elevada, como o de Moçambique, onde as condições podem mudar rapidamente.

Por outro lado, o Método Legislativo (5%) resulta em reservas totais de 3.175.746,13 u.m. comparado com o Chain Ladder, que gera uma reserva total mais baixa, o ajuste legislativo adiciona um "colchão" de segurança, essencialmente aumentando o montante de reservas para atender a exigências regulatórias. Esse tipo de ajuste é comum em jurisdições onde as autoridades preferem um nível de prudência extra.

No entanto, a literatura sugere que o ajuste legislativo pode ser uma solução simplista e não levar em conta a volatilidade inerente aos sinistros futuros (Wuthrich & Merz, 2015).

Pelo que pode ser observado pela diferença de 40.525,89 u.m no ano de 2016 entre o Bootstrap e o método Legislativo. Esse tipo de diferença indica que o ajuste linear (5%) pode não ser suficiente para capturar picos inesperados de sinistros.

Chain Ladder é amplamente utilizado devido à sua simplicidade, mas é criticado por ser sensível a padrões de desenvolvimento passados e por ser propenso a subestimar reservas em mercados emergentes ou instáveis (Wüthrich & Merz, 2015). No caso de Moçambique, o valor relativamente baixo de 2.409.898,11 u.m sugerido por Chain Ladder indica uma subestimação, especialmente em comparação com as outras abordagens mais conservadoras, como BF.

Bornhuetter-Ferguson é frequentemente recomendado em cenários onde há maior incerteza ou onde os padrões de sinistros não são totalmente estabelecidos (Mack, 1993). No contexto moçambicano, onde os dados históricos podem ser limitados ou os padrões podem estar mudando devido a factores económicos, o uso do BF é mais apropriado. A reserva total de 56.588.997,00 u.m é uma das mais elevadas, reflectindo uma visão cautelosa para o futuro. A literatura sugere que o MBF é menos reactivo a flutuações extremas em sinistros recentes e mais confiável para mercados emergentes.

Thomas Mack e Bootstrap são metodologias estocásticas que permitem a geração de intervalos de confiança. O uso dessas metodologias é amplamente encorajado na literatura para capturar a incerteza em mercados onde os padrões de sinistros estão mudando (England & Verrall, 2002).

O Bootstrap, com a sua reserva superior de 12.441.865,76 u.m, é especialmente valioso em contextos voláteis, pois fornece uma medida explícita da incerteza, algo crucial para o cenário moçambicano de seguro automóvel.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

De acordo com o objectivo geral, dos objectivos específicos e da metodologia utilizada na presente dissertação, seguem as principais conclusões e recomendações.

4.2. Conclusões

Esta pesquisa cujo objectivo era de analisar os resultados da aplicação das metodologias determinísticas e estocásticas de cálculo das provisões IBNR e compara-las, concluiu ser uma tarefa importante o conhecimento destas metodologias por parte dos actuários responsáveis pelo controlo e monitoramento das reservas nas companhias seguradoras, bem como o seu uso para estimação das reservas em detrimento do uso da reserva regulatória. No estudo realizado, segue-se que:

O MCL ofereceu uma estimativa pontual, a mesma utilizada para a aplicação do MTM; a estimativa obtida foi de 2 409 898 u.m. o MTM foi mais além ao apresentar uma opção de erro, o que possibilita a precaução por parte da companhia, apresentando, uma aplicação no que concerne a previsão, tendo sido obtido um intervalo de]2341834; 2.409.898[e no intervalo apresentou uma proposta de redução em 2,82%, o que é bastante significativo para companhia. O MBF apresentou resultados acima da média, uma vez que envolve outros factores para além dos dados históricos de pagamentos de sinistros. Não se pode excluir o Método de Bootstrap como um dos modelos que apresentou melhores resultados e que nos possibilitaram ainda ter o grau de risco e ainda poder reduzir a medida dos outros indicadores do mercado.

Regra geral, o Método de Chain Ladder é o método básico, só por si mesmo apresenta melhores resultados do que o método regulatório, porém recomendaríamos a seguradora XYZ o uso da metodologia de Mack e Bootstrap, ambas estocásticas e apresentam uma particularidade que nos permite medir o grau do risco e deixam uma margem elevada de recursos financeiros para o investimento.

Segundo Costa (2016), na possibilidade de uso das metodologias estocásticas, dificilmente os actuários poderão limitar-se na utilização de Chain Ladder.

Entretanto, os métodos preferencialmente recomendados para este caso têm como base o MCL, o que reforça a sua relevância para o estudo das reservas e para o trabalho do actuário.

Em todo caso, os métodos podem ser combinados dando mais possibilidades de tomada de decisão por parte dos *stakeholders*.

Quanto ao método de Mack notamos que é necessário é testar os dados, o que pode ser o grande empecilho para que muitos actuários abstenham-se do uso do mesmo.

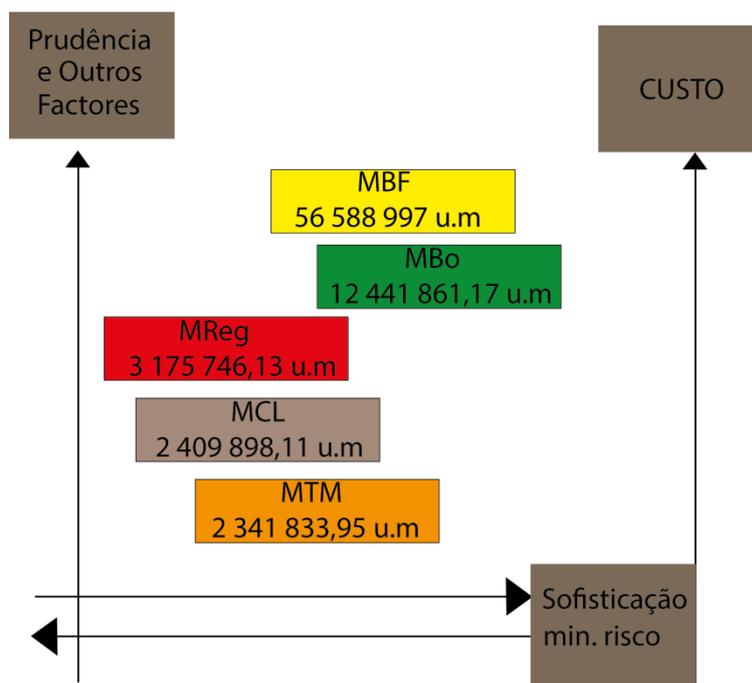
Os métodos estocásticos mostraram-se bastante exaustivos diferentemente dos métodos determinísticos.

Para os casos da aplicação do MCL ou MTM em detrimento da regulamentar, a companhia teria uma redução de despesas em cerca de 1 246 079,37 u.m e 239 499,17 u.m, respectivamente o que representa 7,54% e 39,24%. E para uma abordagem mais cautelosa, mesmo que não se mostre esta possibilidade, optar-se-ia pelo MBo, o que pressupõe um acréscimo de 215 455,47 u.m, o correspondente a 6,78%.

Em todos casos é interessante que estes valores dão a possibilidade de extensão de análise para outros pressupostos do mercado, o que não era objecto da análise deste trabalho.

Em termos gerais a conclusão que se tem pode ser representada conforme a Gráfico 5.1 tendo em conta a Prudência, o custo e a sofisticação.

Gráfico 5.1: Metodologias de acordo com a Prudência/custo e sofisticação.



Fonte: elaborado pelo autor conforme os resultados obtidos (Tabela 4.24).

4.3. Recomendações

Sugere-se a utilização dos dois métodos para dados da companhia (Mbo e MTM), uma vez que com as margens intervalares temos o risco de incumprimento reduzido e mostram-se melhores métodos para estimação de reservas. Por outro lado seria igualmente recomendável a estimação usando todos modelos como forma de abertura de mais dados para tomada de decisão e permitiria a análise de cenários económicos mais extremos ou mais prudentes dependendo da situação financeira e dos objectivos que a companhia possui. Em todo caso estes métodos bem aplicados poderiam contribuir para o crescimento da empresa, ampliado dos investimentos e cumprimento das responsabilidades para com os interessados no negócio em tempo oportuno.

4.4. Recomendação para futuros trabalhos

Para trabalhos futuros, recomendamos a avaliação da inflação na implementação destes métodos para além da extensão do estudo para outros métodos contemporâneos, a extensão dos métodos, para além da avaliação da aderência dos resultados. É igualmente recomendado para os trabalhos futuros, o estudo de modelos para tomada de decisão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Actuarial Standard Board. (2011). *Actuarial Standard of Practice No. 43: Property/Casualty Unpaid Claim Estimates*.
- Anterino, R. S. (2008). *Estimação de Reservas IBNR por Modelos em Espaço de Estado: empilhamento por linhas do Triângulo de Run off [Tese de Doutaramento]*. Rio de Janeiro.
- Bornhuetter, R. L., & Ferguson, R. R. (1972). *The Actuary and IBNR (Pag 181-195). Proceedings of The Casualty* .<https://www.casact.org>.
- Carsane, F. R. (2005). *Os deermnantes da Inflação em Moçambique: um Estudo Econométrico (1994-2004). [Dissertação do Mestrado-Universidade Federal do rio Grande do Sul]*. Porto Alegre.
- Carvalho, B. D., & Carvalo, J. V. (26 A 28 de Julho de 2017). Uma Abordagem Estocástica para a Mensuração da Incerteza das Provisões Técnicas de Sinistros. *XVII usr International Conference in Accounting* (pp. 1-20). São Paulo-Brazil: USR.
- Castro, F. C. (2015). *Provisão de Sinistros: Estudo de uma companhia de Seguros [dissertação de mestrado-Universidade nova de Lisboa]*.
- Chiquito, J. S. (2021). *Provisões de Sinistros: Estado de uma companhia de Seguros Angolana [Dissertação e Aplicação em Atuariado, Estatística e Investigação Operacional]*. Universidade Nova de Lisboa.
- Conceição, C. (2014). *Modelos determinísticos e estocásticos aplicados ao calculo de provisões para sinistros [Dissertação de Mestrado-Universidade Nova de Lisboa]*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.
- Conceição, C. S. (2014). *Modelos determinísticos e estocásticos aplicados ao cálculo de Provisões para Sinistros [Dissertação de Mestrado-Universidade Nova Lisboa]*. Lisboa.
- Costa, D. S. M. (2016). *Metodologias de Estimação de Provisões para Sinistros do Ramo Não Vida (Dissertação de Mestrado-Universidade de Lisboa)*. Universidade de Lisboa, Departamento de Estatística e Investigação Operacional. Lisboa: Faculdade de Ciências.
- Costa, J. F., & Yui, L. M. (2018). *Comparação de métodos de cálculo de IBNR para uma operadora de planos de saúde através do método de análise hierárquica* (ISSN impresso 1413-9022 / ISSN on-line 2317-4536 ed., Vol. V.44). Rio de Janeiro, Brasil: Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ.
- Decreto, M. (n.o 19/2003 de 21 de Juneiro). *Conselho de Ministros-Regulamento do Seguro Obrigatório Civil Automóvel (SORCA)*. Moçambique.

- Decreto, M. (n.o 30/2011 de 11 de Agosto). *Conselho de Ministros - decreto que estabelece as condições de acesso e exercício da actividade seguradora e a respectiva medição na República de Moçambique*. Moçambique.
- Directive. (2009/138/EC). *Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II) (recast) (Text with EEA relevance) (legislation.gov.uk)*. UK.
- England, P. D., & Verral, R. J. (2002). *Stochastic claims reserving in general insurance*. [Presented to the Institute of Actuaries].
- England, P. D., & Verrall, R. J. (28 de January de 2002). *Stochastic claims reserving in general insurance*. Instituto of Actuaries.
- Hindley, D. (2018). *Claims Reserving in General Insurance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique. (2022). *Relatório Anual Sobre a Actividade Seguradora em 2021*. Anual, Maputo.
- Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique. (s.d.). *História. Instituto de Supervisão de Seguros de Moçambique*. <https://issm.gov.mz/quem-somos/apresentacao/historia/>
- International Actuarial Association - IAA . (2016). *Report nº 1 Non-Life Reserving Practices. ASTIN Working Party On Non Life Reserving Practices*.
- Mack, T. (1993). *Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder Reserve Estimate*. Munich.
- Martinho, B. S. (2021). *Provisão de Sinistros: Estudo de uma companhia de Seguros e o impacto do factor cauda. [dissertação de Mestrado- Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação-Universidade Nova de Lisboa]*. Lisboa.
- Moresi, E. (2003). *Metodologia da Pesquisa.[Pós-Graduação Em Gestãodo Conhecimento e Tecnologia Da Informação- Universidade Católica De Brasília]*.
- Motanya, N. W. (2022). *A comparative analysis of Bornhuetter-Ferguson and basic Chain Ladder Model in motor insurance*. Quenia: [Dissertação de Mestrado-Moseno University].
- MTC. (2023). *Ministério dos Transportes e Comunicações*. Obtido em 7 de Novembro de 2024, de Balanço da sinistralidade I Trimestre de 2023. Ministério dos Transportes e Comunicações.: <http://MTC.gov.mz>
- Paulo, A. (2017). *Contabilidade de Seguros Apontamento: História do Seguro e conceitos* . Maputo.

- Pinhal, M. C. (2003). *Glosário de Termos Técnicos de Seguro e Resseguro*. Maputo: EMOSE.
- Pinheiro, P. J. (1999). *Análise Actuarial de Provisões para Sinistros*. [Dissertação de Mestrado-Universidade Técnica de Lisboa]. Lisboa.
- Ribeiro, M. P. (1997). *Modelos Estocásticos ara avaliação e reservas*. [Dissertação de mestrado em actuariado e gestão de riscos financeiros-Universidade técnica de lisboa]. Lisboa.
- Santos, D. R. (2019). *Estimação de Provisões IBNR (Incurred But Not Reported) em Mercado de Seguros via Modelos com coeficientes Variantes no Tempo*. [Tese de Doutoramento-Pontifícia Universidade Católica]. Rio de Janeiro.
- Schmidt, K. D., & Zocher, M. (2007). *The Bornhuetter-Ferguson Principle*. Casualty Actuarial Society.
- Shapland, M. R. (2003). *Loss Reserve Estimates: A Statistical Approach for Determining "Reasonableness"*. . CAS Forum, p. 321–360.
- Souza, L. G. (2013). *Comparação de métodos de micro-dados e de triângulo run-off para previsão da quantidade IBNR* [Dissertação de mestrado-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro].
- Taylor, G., & McGuire, G. (2016). *Stochastic Loss Reserving Using Generalized Linear Models*. Arlington, Virginia: Casualty Actuarial Society.
- Trading economics. (22 de Junho de 2023). *Taxa de Inflação de Moçambique - Junho 2023 Dados - 2009-2022 Histórico - Julho Previsão*. Obtido de Trading Economics: tradingeconomics.com
- Tuysuz, S., & Pekel, P. (August de 2019). A Comparison of Stochast Claims Reserving Methods. *EJBMR, European Journal of Busniss and Management Research, Volume 4*, 13.
- Viera, D. M. (2016). *Provisão de sinistros: processo de análise e tomada de decisão* [Dissertação de Mestrado-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. São Paulo: PUC SP.
- Wuthrich, V., & Merz, M. (21 de August de 2015). *Stochastic Claims Reserving Manual: Advances in Dynamic Modeling. Reserving Notes*.
- Yuassa, V. (2018). *Análise técnica das provisões e teste de adequação de passivos para seguradoras* [Dissertação de Mestrado]. São Paulo-Brasil: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo .

Zaçaj, O., Raço, E., Haxhi, K., Llagami, E., & Hila, K. (20 de Maio de 2022). Bootstrap Methods for Claims Reserving: R Language Approach. *WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS* , p. 8.

ANEXOS:

```
207 library(readxl)
208
209 dados <- read_excel("C:/Users/SB user/Desktop/Residios.xlsx")
210
211 # Ver dados
212 head(dados)
213
214 # Converter fatores para caracteres se necessário, etc.
215 dados$Ano <- as.character(dados$Ano)
216
217 # Carregar o pacote
218 library(ggplot2)
219
220 # Criar um gráfico de dispersão
221 ggplot(dados, aes(x = Ano, y = ColunaX)) +
222   geom_point() +
223   labs(title = "Dispersão de Resíduos", x = "Ano", y = "Resíduo") +
224   geom_hline(yintercept = 0, linetype = "dashed", color = "red")
225
226 names(dados)
227
228 # Criar um gráfico de dispersão
229 ggplot(dados, aes(x = Ano, y = ColunaX)) +
230
```

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Desenvolvimento_6	140.85306	12.43117	211.66143	0.000000	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_7	9.511997	1.382369	0.000000	NA	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_8	10.11107	0.000000	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_9	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

```
230   geom_point() +
231   labs(title = "Dispersão de Resíduos", x = "Ano", y = "Resíduo") +
232   geom_hline(yintercept = 0, linetype = "dashed", color = "red")
233
234 str(dados)
235
236 head(dados)
237
238 print(dados)
239
240 ggplot(dados, aes(x = Ano, y = ColunaX)) +
241   geom_point() +
242   labs(title = "Dispersão de Resíduos", x = "Ano", y = "Resíduo") +
243   geom_hline(yintercept = 0, linetype = "dashed", color = "red") +
244   scale_x_continuous(limits = c(min(dados$Ano), max(dados$Ano))) +
245   scale_y_continuous(limits = c(min(dados$ColunaX), max(dados$ColunaX)))
246
247 dados <- read_excel("C:/Users/SB user/Desktop/Residios.xlsx")
248
249 head(dados)
250
251 ggplot(dados, aes(x = Ano, y = ColunaX)) +
252   geom_point() +
253   labs(title = "Dispersão de Resíduos", x = "Ano", y = "Resíduo") +
254
```

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Desenvolvimento_6	140.85306	12.43117	211.66143	0.000000	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_7	9.511997	1.382369	0.000000	NA	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_8	10.11107	0.000000	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Desenvolvimento_9	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

RStudio

```

254 geom_hline(yintercept = 0, linetype = "dashed", color = "red")
255
256 str(dados)
257
258 colnames(dados)
259
260 dados1 <- data.frame(Ano = c(2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2021),
261 "1" = c(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9))
262
263 dados <- read.csv("C:/Users/SB user/Desktop/Resid.csv")
264
265 dados <- read_excel("C:/Users/SB user/Desktop/Residios.xlsx")
266
267 library(tidyverse)
268
269 head(dados)
270
271 print(dados)
272
273 dados_long <- dados %>%
274   pivot_longer(cols = -Ano, # Mantenha a coluna do ano de ocorrência
275     names_to = "Ano.de.Desenvolvimento",
276     values_to = "Valor")
277
278

```

Environment: Global Environment (34 MB)

- gdp_no2: 30 obs. of 2 variables
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- lpib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos  num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R            -4.380734
X_encontrado 69564.4215745053
V            60400

```

```

R421 ~#
1 2014 16.755715130 121.675323800 147.50236360 170.07580800 192.975739 -706.994947
2 2015 22.224764120 143.876183700 177.72751130 208.81134180 233.852384 -533.076032
3 2016 0.032111347 0.055008189 -1.3277364 -0.26053970 1.258034 0.000000
4 2017 -0.391061998 -0.089794027 0.02677193 0.08035617 0.000000 NA
5 2018 -0.006564178 -0.036048398 0.02939478 0.00000000 NA NA
6 2019 0.004243427 -0.000651279 0.00000000 NA NA NA
7 2020 0.000000000 0.000000000 NA NA NA NA
8 2021 0.000000000 NA NA NA NA NA NA
Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85386 9.511997 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA
3 211.66143 0.000000 NA NA NA
4 0.00000 NA NA NA NA
5 NA NA NA NA NA
6 NA NA NA NA NA
7 NA NA NA NA NA
8 NA NA NA NA NA
9 NA NA NA NA NA
10 NA NA NA NA NA

```

RStudio

```

277
278 print(dados_long)
279
280 library(tidyverse)
281 library(tibble)
282
283 dados_tsibble <- dados_long %>%
284   mutate(Ano.de.Desenvolvimento = as.integer(Ano.de.Desenvolvimento)) %>% # Certifique-se de que Ano é numérico
285   as_tsibble(index = Ano, key = Ano.de.Desenvolvimento)
286
287 print(dados_tsibble)
288
289 ggplot(dados, aes(x = Ano, y = "Ano.de.Desenvolvimento")) +
290   geom_point() +
291   labs(title = "Dispersão de Resíduos", x = "Ano", y = "Resíduo") +
292   geom_hline(yintercept = 0, linetype = "dashed", color = "red")
293
294 install.packages("ChainLadder")
295
296 library(ChainLadder)
297
298 install.packages("boot")
299
300 library(boot)
301

```

Environment: Global Environment (35 MB)

- gdp_no2: 30 obs. of 2 variables
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- lpib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos  num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R            -4.380734
X_encontrado 69564.4215745053
V            60400

```

```

R421 ~#
1 2014 16.755715130 121.675323800 147.50236360 170.07580800 192.975739 -706.994947
2 2015 22.224764120 143.876183700 177.72751130 208.81134180 233.852384 -533.076032
3 2016 0.032111347 0.055008189 -1.3277364 -0.26053970 1.258034 0.000000
4 2017 -0.391061998 -0.089794027 0.02677193 0.08035617 0.000000 NA
5 2018 -0.006564178 -0.036048398 0.02939478 0.00000000 NA NA
6 2019 0.004243427 -0.000651279 0.00000000 NA NA NA
7 2020 0.000000000 0.000000000 NA NA NA NA
8 2021 0.000000000 NA NA NA NA NA NA
Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85386 9.511997 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA
3 211.66143 0.000000 NA NA NA
4 0.00000 NA NA NA NA
5 NA NA NA NA NA
6 NA NA NA NA NA
7 NA NA NA NA NA
8 NA NA NA NA NA
9 NA NA NA NA NA
10 NA NA NA NA NA

```

RStudio

```

300 library(boot)
301
302 library(readxl)
303
304 dados <- read_excel("C:/Users/SB_user/Desktop/Residuos.xlsx")
305
306 print(dados)
307
308 extrair_residuos <- function(dados, indices) {
309   dados[indices, "dados"]
310 }
311
312 resultados_boot <- boot(data = Ano, statistic = extrair_residuos, R = 1000)
313
314 dadosdo <- data.frame(
315   Ano_Ocorrencia = c(2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021)
316   Desenvolvimento_0 = c(-1.34458113, 2.042819225, 17.2368833, 23.49741347, 0.832113032, -0.390811514, -0.006564188, 0.004243457,
317   Desenvolvimento_1 = c(-87.91594944, -0.84579974, 125.57457, 143.3694927, 0.855088948, -0.089792007, -0.036048073, -0.000651279,
318   Desenvolvimento_2 = c(-45.2848177, 9.528336957, 152.0497361, 184.3768899, -1.327389216, 0.026772068, 0.02939495, 0,
319   Desenvolvimento_3 = c(-39.80198782, 19.65106349, 175.3487639, 216.826161, -0.266527916, 0.080357287, 0, NA,
320   Desenvolvimento_4 = c(-22.62616318, 15.28021026, 199.3711147, 241.03311, 1.258284354, 0, NA,
321   Desenvolvimento_5 = c(-5.920228284, -49.31711727, -643.8448609, -499.5868254, 0, NA, NA, NA,
322   Desenvolvimento_6 = c(144.2771886, 12.45416611, 218.6104647, 0, NA, NA, NA, NA,
323   Desenvolvimento_7 = c(9.811285845, 1.387616997, 0, NA, NA, NA, NA, NA,
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

```

Environment: Global Environment (R) (35 MB)

- gdp_no2: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- lpib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

- anos_unicos: num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
- R: -4.380734
- X_encontrado: 69564.4215745853
- v: 60499

```

R421 ~#
1 2014 16.755715130 121.675323800 147.50236360 170.07588800 192.975739 -706.994947
2 2015 22.224764120 143.876183700 177.72751130 208.81134180 233.852384 -533.076032
3 2016 0.83211347 0.855088189 -1.3277364 -0.26653970 1.258034 0.000000
4 2017 -0.391061998 -0.089794027 0.02677193 0.08035617 0.000000 NA
5 2018 -0.006564178 -0.036048398 0.02939478 0.00000000 NA NA
6 2019 0.004243427 -0.000651279 0.00000000 NA NA NA
7 2020 0.000000000 0.000000000 NA NA NA NA
8 2021 0.000000000 NA NA NA NA NA
9 Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85386 9.511997 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA NA
3 211.66143 0.000000 NA NA NA
4 0.00000 NA NA NA NA
5 NA NA NA NA NA
6 NA NA NA NA NA
7 NA NA NA NA NA
8 NA NA NA NA NA
9 NA NA NA NA NA
10 NA NA NA NA NA

```

RStudio

```

454
455 library(tidy)
456
457 dados_long <- dadosdo %>%
458   pivot_longer(
459     cols = starts_with("Desenvolvimento"),
460     names_to = "Ano_Desenvolvimento",
461     values_to = "Residuos"
462 )
463
464 head(dados_long)
465
466 # Filtrar residuos não nulos
467 dados_long <- dados_long %>%
468   filter(!is.na("Residuos"))
469
470 head(dados_long)
471
472 class(dados_long)
473
474 dados_long <- as.data.frame(dados_long)
475
476 class(dados_long)
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

```

Environment: Global Environment (R) (35 MB)

- gdp_no2: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- lpib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

- anos_unicos: num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
- R: -4.380734
- X_encontrado: 69564.4215745853
- v: 60499

```

R421 ~#
1 2014 16.755715130 121.675323800 147.50236360 170.07588800 192.975739 -706.994947
2 2015 22.224764120 143.876183700 177.72751130 208.81134180 233.852384 -533.076032
3 2016 0.83211347 0.855088189 -1.3277364 -0.26653970 1.258034 0.000000
4 2017 -0.391061998 -0.089794027 0.02677193 0.08035617 0.000000 NA
5 2018 -0.006564178 -0.036048398 0.02939478 0.00000000 NA NA
6 2019 0.004243427 -0.000651279 0.00000000 NA NA NA
7 2020 0.000000000 0.000000000 NA NA NA NA
8 2021 0.000000000 NA NA NA NA NA
9 Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85386 9.511997 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA NA
3 211.66143 0.000000 NA NA NA
4 0.00000 NA NA NA NA
5 NA NA NA NA NA
6 NA NA NA NA NA
7 NA NA NA NA NA
8 NA NA NA NA NA
9 NA NA NA NA NA
10 NA NA NA NA NA

```

RStudio

```

478 # Verificar os nomes das colunas do dataframe
479 colnames(dados_long)
480
481 # Exemplo de renomear colunas
482 colnames(dados_long) <- c("Ano_Ocorrencia", "Ano_Desenvolvimento", "Residuos")
483
484
485 library(ggplot2)
486
487 ggplot(dados_long, aes(x = Ano_Desenvolvimento, y = Residuos)) +
488   geom_point() +
489   labs(title = "Dispersão de Resíduos por A/Desenvolvimento",
490        x = "Ano de Desenvolvimento",
491        y = "Residuos") +
492   theme_minimal(base_size = 15) +
493   theme(
494     plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold", size = 18), # Centralizar e aumentar o título
495     axis.text = element_text(size = 12), # Tamanho dos rótulos dos eixos
496     axis.title = element_text(size = 14), # Tamanho dos títulos dos eixos
497     panel.grid.major = element_line(size = 0.5, linetype = "dashed", color = "gray"), # Linhas de grade mais suaves
498     panel.grid.minor = element_blank() # Remover grid menor
499   )
500
501 # Salvar o gráfico como PNG com alta resolução
502 ggsave("grafico_residuos.png", plot = last_plot(), width = 10, height = 6, dpi = 150)
503
504 # Visualizar o gráfico no RStudio
505 print(last_plot())
506
507 colnames(dados_long)
508
509 library(dplyr)
510
511 # Excluir valores NA na coluna Residuos
512 dados_long_sem_na <- dados_long %>%
513   filter(!is.na(Residuos))
514
515 # Forma correcta de extrair dados.
516 extrair_residuos <- function(dados_long_sem_na, indices) {
517   # Certifique-se de que a coluna "Residuos" existe e é acessada corretamente
518   return(dados_long_sem_na[indices, "Residuos"])
519 }
520
521 print(dados_long_sem_na)
522
523 |
524 colnames(dados_long_sem_na)
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600

```

Environment: Global Environment (35 MB)

- gdp_no2: 20 obs. of 2 variables
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- ipib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos  num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R            -4.380734
X_encontrado 69564.4215745953
V            60499

```

```

R421 ~#
1 2014 16.755715130 121.675123800 147.58235360 170.07508880 192.075739 -706.994947
2 2015 22.224764120 143.876183700 177.72751130 208.8134180 233.852384 -533.076032
3 2016 0.032111347 0.055008189 -1.32773964 -0.26953970 1.258034 0.000000
4 2017 -0.351061998 -0.089794027 0.02677193 0.08035617 0.000000 NA
5 2018 -0.060561178 -0.036848308 0.02939478 0.00000000 NA NA
6 2019 0.002242427 -0.000651279 0.00000000 NA NA NA
7 2020 0.000000000 0.000000000 NA NA NA NA
8 2021 0.000000000 NA NA NA NA NA
9 Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85306 9.511997 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA
3 211.66143 0.000000 NA NA
4 0.00000 NA NA NA
5 NA NA NA NA
6 NA NA NA NA
7 NA NA NA NA
8 NA NA NA NA
9 NA NA NA NA
10 NA NA NA NA

```

RStudio

```

501 # Salvar o gráfico como PNG com alta resolução
502 ggsave("grafico_residuos.png", plot = last_plot(), width = 10, height = 6, dpi = 150)
503
504 # Visualizar o gráfico no RStudio
505 print(last_plot())
506
507 colnames(dados_long)
508
509 library(dplyr)
510
511 # Excluir valores NA na coluna Residuos
512 dados_long_sem_na <- dados_long %>%
513   filter(!is.na(Residuos))
514
515 # Forma correcta de extrair dados.
516 extrair_residuos <- function(dados_long_sem_na, indices) {
517   # Certifique-se de que a coluna "Residuos" existe e é acessada corretamente
518   return(dados_long_sem_na[indices, "Residuos"])
519 }
520
521 print(dados_long_sem_na)
522
523 |
524 colnames(dados_long_sem_na)
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600

```

Environment: Global Environment (201 MB)

- gdp_no2: 20 obs. of 2 variables
- gdp_spain: 0 obs. of 3 variables
- ipib_spain: 0 obs. of 3 variables
- resultado: List of 5
- resultados_boot: List of 13
- triangulo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul.: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff: 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X: 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo: num [1:10, 1:10] 68499 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos  num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R            -4.380734
X_encontrado 69564.4215745953
V            60499

```

Dispersão de Resíduos por A/Desenvolvimento

Resíduos

Ano de Desenvolvimento

RStudio

```

526 library(dplyr)
527 library(tidyverse)
528
529 # Gerar amostras de resíduos com reposição
530 set.seed(123) # Para reprodutibilidade
531
532 # Função para criar amostras com reposição para cada Ano_Ocorrencia
533 gerar_amostra_bootstrap <- function(dados, ano_ocorrencia) {
534   amostra <- dados %>%
535     filter(Ano_Ocorrencia == ano_ocorrencia) %>%
536     sample_n(n(), replace = TRUE) # Bootstrap com reposição
537   return(amostra)
538 }
539
540 # Aplicando a função para cada Ano_Ocorrencia único
541 anos_unicos <- unique(dados_long_sem_nano_ocorrencia)
542 amostras_bootstrap <- lapply(anos_unicos, gerar_amostra_bootstrap, dados = dados_long_sem_nano)
543
544 # Unindo todas as amostras em um dataframe
545 dados_amostrados <- do.call(rbind, amostras_bootstrap)
546
547
548 # Transformar os dados amostrados em formato de triângulo de run-off
549 triangulo_runoff <- dados_amostrados %>%
550   mutate(
551     result = FALSE, message = FALSE, warning = FALSE
552   )

```

Console

```

R421 -> #
Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9
1 140.85306 9.51197 10.11107 0
2 12.43117 1.382369 0.00000 NA
3 211.66143 0.000000 NA NA
4 0.00000 NA NA NA
5 NA NA NA NA
6 NA NA NA NA
7 NA NA NA NA
8 NA NA NA NA
9 NA NA NA NA
10 NA NA NA NA

```

Environment

- gdp_no2 num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...
- gdp_spain 0 obs. of 3 variables
- lpiib_spain 0 obs. of 3 variables
- resultado List of 5
- resultados_boot List of 13
- triangulo num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul. 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff.. 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R -4.380734
X_contrado 69564.4215745853
v 60400

```

Files Plots Packages Help Viewer Presentation

RStudio

```

548 # Transformar os dados amostrados em formato de triângulo de run-off
549 triangulo_runoff <- dados_amostrados %>%
550   select(Ano_Ocorrencia, Ano_Developmento, Residuos) %>%
551   pivot_wider(names_from = Ano_Developmento, values_from = Residuos)
552
553 # Exibir o triângulo de run-off
554 print(triangulo_runoff)
555
556 # Pacotes necessários
557 library(dplyr)
558 library(tidyverse)
559
560 # Gerar amostras de resíduos com reposição (igual ao código anterior)
561 set.seed(123) # Para reprodutibilidade
562
563 # Função para criar amostras com reposição para cada Ano_Ocorrencia
564 gerar_amostra_bootstrap <- function(dados, ano_ocorrencia) {
565   amostra <- dados %>%
566     filter(Ano_Ocorrencia == ano_ocorrencia) %>%
567     sample_n(n(), replace = TRUE) # Bootstrap com reposição
568   return(amostra)
569 }
570
571 # Aplicar a função para cada Ano_Ocorrencia
572 anos_unicos <- unique(dados_long_sem_nano_ocorrencia)
573 amostras_bootstrap <- lapply(anos_unicos, gerar_amostra_bootstrap, dados = dados_long_sem_nano)

```

Console

```

R421 -> #
# Exibir o triângulo de run-off
# print(triangulo_runoff)
# A tibble: 10 x 11
  Ano_Ocorrencia Desenvolvimento_2 Desenvolvimento_3 Desenvolvimento_4 Desenvolvimento_5 Desenvolvimento_6 Desenvolvimento_7 Desenvolvimento_8 Desenvolvimento_9 Desenvolvimento_10
1 2012 <dbl [2]> <dbl [2]> <dbl [1]> <dbl [2]> <dbl [1]> <dbl [1]> <dbl [1]> <dbl [1]> <dbl [1]> <dbl [1]>
2 2013 <dbl [2]> <dbl [1]> <dbl [1]>
3 2014 <dbl [2]> <dbl [1]> <dbl [1]>
4 2015 <dbl [1]> <dbl [1]>
5 2016 <dbl [2]> <dbl [1]> <dbl [1]>
6 2017 <dbl [1]> <dbl [1]>
7 2018 <dbl [1]> <dbl [1]>
8 2019 <dbl [1]> <dbl [1]>
9 2020 <dbl [1]> <dbl [1]>
10 2021 <dbl [1]> <dbl [1]>

```

Environment

- gdp_no2 num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...
- gdp_spain 0 obs. of 3 variables
- lpiib_spain 0 obs. of 3 variables
- resultado List of 5
- resultados_boot List of 13
- triangulo num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...
- triangulo_acumul. 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff 10 obs. of 11 variables
- triangulo_runoff.. 10 obs. of 11 variables
- triangulo_X 10 obs. of 11 variables
- trianguloBoo num [1:10, 1:10] 68409 2818978 4688913 611305...

Values

```

anos_unicos num [1:10] 2012 2013 2014 2015 2016 ...
R -4.380734
X_contrado 69564.4215745853
v 60400

```

Files Plots Packages Help Viewer Presentation

RStudio interface showing R code for solving a system of equations and a residual plot.

```

605 # Usar uniroot para resolver X numericamente
606 resultado <- tryCatch({
607   uniroot(f, c(1e-6, 1000000000))$root # Definir o intervalo adequado para a busca da raiz
608 }, error = function(e) {
609   return(NA) # Retorna NA se a solução não for encontrada
610 })
611 return(resultado)
612 }
613 }
614 }
615
616 triangulo_X <- dados$dodij %>%
617   mutate(across(everything(),
618             ~ ifelse(is.na(.), NA,
619                    mapply(function(dados$dodij_val, r_val) resolver_X(dados$dodij_val, r_val),
620                          ., triangulo_runoff_corrigido[cur_column()])))
621 )
622 print(triangulo_X)
623
624 triangulo_acumulado <- as.data.frame(t(apply(triangulo_X, 1, cumsum)))
625
626
627
628
629

```

Console output:

```

R421 ~#
1 0.9990082 4573861.30 1459292.165 27437.68484 12188.372 7421.0564 512168.52275
2 0.9990087 6658353.58 1889018.612 18899.85057 13593.858 3070.1546 293111.82507
3 0.9990092 7483051.63 2453271.876 72235.18024 24462.680 2389.4013 68214.51947
4 0.9990097 8687699.65 2806109.592 310738.33028 3394589.436 3337833.0248 NA
5 0.9990101 9818544.71 2330799.951 96141.22561 7559.319 NA NA NA
6 0.9990106 25079.33 6845.915 11.44218 NA NA NA NA NA
7 0.9990111 69867.58 16631.066 NA NA NA NA NA NA
8 0.9990116 4681248.53 NA NA NA NA NA NA NA NA

```

Residual Plot: Dispersão de Resíduos por A/Desenvolvimento

RStudio interface showing R code for data manipulation and a residual plot.

```

628
629 triangulo_acumulado <- triangulo_X %>%
630   rowwise() %>%
631   mutate(across(where(is.numeric), ~ cumsum(.)))
632
633 # Exibindo o triângulo acumulado
634 print(triangulo_acumulado)
635
636
637 # Acumulando ao longo das linhas
638 triangulo_acumulado <- triangulo_X %>%
639   rowwise() %>%
640   mutate(across(starts_with("Desenvolvimento"), ~ cumsum(c_across(everything()))))
641
642 # Exibindo o triângulo acumulado
643 print(triangulo_acumulado)
644
645
646
647 write.csv(triangulo_X, "triangulo_X.csv", row.names = FALSE)
648
649 @-----
650
651 View(triangulo_runoff)
652

```

Console output:

```

R421 ~#
# mutate(across(where(is.numeric), ~ cumsum(.)))
# Exibindo o triângulo acumulado
# A tibble: 10 x 11
# Rowwise:
  Ano_Ocorrencia Desenvolvimento_0 Desenvolvimento_1 Desenvolvimento_2 Desenvolvimento_3 Desen_2 Desen_3 Desen_4 Desen_5 Desen_6 Desen_7
1 0.999 69564. 41984. 3515. 2990. 8.18e-2 8.82e-1 0.845 0.0999 0.00991 NA
2 0.999 288234. 1101228. 47369. 8395. 7.88e-3 5.31e-3 386. 104. 60.3 NA
3 0.999 4523081. 1459292. 27438. 12188. 7.42e-3 5.12e-3 9.13 NA NA NA
4 0.999 6658354. 1889019. 18899. 13594. 3.07e-3 2.92e-5 51.7 NA NA NA
5 0.999 7483052. 2453272. 72235. 24463. 2.39e-3 6.82e-4 NA NA NA NA
6 0.999 8687700. 2806110. 310738. 3394589. 3.34e-6 NA NA NA NA NA
7 0.999 9818545. 2330800. 96141. 7559. NA NA NA NA NA NA
8 0.999 25079. 6846. 11.4 NA NA NA NA NA NA NA NA
9 0.999 69867. 16631. NA NA NA NA NA NA NA NA NA
10 0.999 4681249. NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA

```

Residual Plot: Dispersão de Resíduos por A/Desenvolvimento

RStudio interface showing a data frame with columns: Ano_Ocorrencia, Desenvolvimento_0, Desenvolvimento_1, Desenvolvimento_2, Desenvolvimento_3, Desenvolvimento_4, Desenvolvimento_5, Desenvolvimento_6, Desenvolvimento_7. The console shows the execution of `print(triangulo_acumulado)` and `View(triangulo_runoff)`. The environment pane shows variables: `triangulo` (num [1:10, 1:10]), `triangulo_acumulado` (10 obs. of 11 variables), `triangulo_runoff` (10 obs. of 11 variables), `triangulo_X` (10 obs. of 11 variables), `triangulo_boo` (num [1:10, 1:10]), `anos_unicos` (num [1:10]), `R` (-4.380734), `X_encontrado` (69564.4215745053), and `Y` (68409). The Functions pane shows `extrair_residuos` and `gerar_matriz_boa`. A plot titled "Dispersão de Resíduos por A/Desenvolvimento" shows residuals on the y-axis (ranging from -750 to 250) against the year of development on the x-axis (2010-2021).

Microsoft Excel spreadsheet showing financial data. The main table is titled "Montantes pagos Plano autonomo entre os anos 2010-2021 da empresa X/Y/Z" and includes columns for years 2010-2021 and "acidentes". Below it is a "Matriz Plan Cliff de montantes acumulados" with columns for "Ano de Ocorrência" (2010-2021) and "Ano de Desenvolvimento" (0-9). A secondary table titled "Thomas Mack" includes columns for "Ano", "Reserva CL", "Logaritmo base Inferior", "Inferior", "Superior", "Boo", "BF", "TM CL", "M-S-Logia". The bottom of the spreadsheet shows a "Pronto" bar with sheet names: "Folha1 TRIANGULO RUN OFF", "DADOS", "Folha2 comp.", "Metodos Spearman", "Folha6 LS", "3preasposutos de".

