Faculdade de Filosofia
Departamento de Pós-Graduação

Tercília Joaquim Queco Mendes

Lógica Paraconsistente como Fundamento de Teorias e Sistemas Inconsistentes: uma reflexão à luz do pensamento de Newton Da Costa.

(Mestrado em Filosofia)

Maputo
Março, 2024

Faculdade de Filosofia
Departamento de Pós-Graduação

Tercília Joaquim Queco Mendes

Lógica Paraconsistente como Fundamento de Teorias e Sistemas Inconsistentes: uma reflexão à luz do pensamento de Newton Da Costa.

(Mestrado em Filosofia)

Dissertação apresentada em cumprimento parcial dos requisitos exigidos para a obtenção do grau de Mestre em Filosofia no Departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Filosofia da Universidade Eduardo Mondlane.

Supervisor: Prof. Doutor Filipe José Couto

Maputo
Março, 2024

Declaração de Honra

Eu, Tercília Joaquim Queco Mendes, de nacionalidade moçambicana, titular do Bilhete de Identidade n° 110105524462S, emitido pelo arquivo de Identificação Civil da Cidade da Matola aos 20 de Janeiro de 2022, declaro que este trabalho de Dissertação de Mestrado é resultado da minha investigação pessoal; seu conteúdo é original e todas as fontes consultadas estão devidamente mencionadas na bibliografia final. Declaro ainda que este tema não foi apresentado em nenhuma instituição para obtenção de qualquer grau académico nem como forma de avaliação.

Maputo, 26 de Março de 2024

(Tercília Joaquim Queco Mendes)

Dedicatória

Ao Alírio Maria Mendes, ao Filipe José Couto e ao Penildo Frermal Mauelele, pois com eles partilho a grande Paixão pela Lógica.

Agradecimentos

Em primeiro e último lugar, Àquele que é simultaneamente o Princípio e o Fim, que contradiz todas as percepções humanas – Deus, pois somente Ele é Quem sabe o significado deste dia para mim.

Em segundo lugar, ao senhor da minha família, meu querido e amado esposo – Alírio Mendes, que jamais mediu esforços para me apoiar emocional e financeiramente durante o meu percurso académico e pelas discussões construtivas diárias em torno da lógica, em especial da lógica paraconsitente, que foram de grande relevo para a efectivação desta dissertação.

Em terceiro lugar, à minha querida e amada mãe, Natércia Chissico, por me ensinar a ser persistente naquilo que desejo e pelo suporte tanto emocional quanto financeiro durante o meu percurso académico.

Em quarto lugar, ao meu querido e estimado supervisor, Professor Doutor Filipe José Couto, pela abnegável entrega durante o acompanhamento da elaboração da minha Dissertação e pelos incontornáveis ensinamentos que contribuíram grandemente para a efectivação desta pesquisa.

Em quinto lugar, aos meus queridos e estimados sogros, José António Mendes e Ana Maria Mendes, por terem cuidado da minha filha Luna, das vezes que me ausentei por causa da Dissertação.

Em sexto lugar, aos meus padrinhos, Nurdo Queco e Amélia Queco pelo apoio e suporte emocional.

Em sétimo lugar, aos meus queridos irmãos, Salomão, Cristina, Guavilzio, Tercília, Félix e Drica por me fortalecerem e pelo apoio emocional.

Em oitavo lugar, às minhas amigas, Regina Luate e Rael Inguane, pela presença e suporte emocional.

Em nono lugar, às minhas dez queridas irmãs em Cristo, Avó Bety, Preta, Taty, Aidinha, Vilma, Lindinha, Mana Lulucha, Albertina, Marta e comadre Josina, que jamais cessaram de orar por mim para que este dia se tornasse uma realidade.

Em décimo lugar, ao estimado Director da Faculdade de Filosofia, Prof. Doutor José Blaunde, que jamais mediu esforços para me incentivar, enquanto estudante, a investigar, o que tornou possível esta dissertação.

Em décimo primeiro lugar, a todos os meus colegas da 4ª edição do Mestrado, especialmente ao Nério Tamele e ao António Goba Júnior pelos momentos de partilha de conhecimento que tivemos juntos.

Resumo

A presente dissertação aborda o uso da Lógica Paraconsistente como base para teorias e sistemas inconsistentes, tendo como referência o pensamento de Newton da Costa. Aqui questiona-se o destino das teorias consideradas contraditórias ou inconsistentes, com destque para a necessidade de uma abordagem lógica que possa lidar de forma sistemática com tais sistemas, tal lógica denomina-se Paraconsistente, pois lida com inconsistências não triviais. A pesquisa busca preencher uma lacuna no estudo da lógica, contribuindo para superar as limitações da lógica clássica ao enfrentar teorias inconsistentes, e promover uma inclusão das contradições dentro da lógica. Não obstante, nesta dissertação busca-se identificar os fundamentos da lógica clássica, explorar as circunstâncias que levam ao surgimento de lógicas não clássicas, evidenciar o papel da lógica paraconsistente na abordagem de teorias inconsistentes, construir um sistema paraconsistente como base para teorias inconsistentes e expor as implicações filosóficas decorrentes da lógica paraconsistente. A dissertação baseia-se principalmente em pesquisa bibliográfica, com base em textos e artigos científicos relacionados ao tema. Além disso, emprega técnicas de hermenêutica e comparação textual para interpretar e relacionar os conceitos apresentados. Os resultados da pesquisa mostraram que a lógica paraconsistente oferece um fundamento sólido para abordar e integrar contradições sem trivializar teorias ou sistemas inconsistentes. Esses resultados ampliam significativamente as fronteiras da lógica clássica e promovem avanços no entendimento epistemológico e aplicações práticas da Lógica Paraconsistente, especialmente em áreas como Direito, Ética e Ciência da Computação.

Palavras-chave: Lógica Paraconsistente; Teorias e Sistemas Inconsistentes; Não-Trivialidade; Lógica Clássica.

Abstract

This dissertation addresses the use of Paraconsistent Logic as a basis for inconsistent theories and systems, using Newton da Costa's thinking as a reference. Here the fate of theories considered contradictory or inconsistent is questioned, highlighting the need for a logical approach that can deal systematically with such systems. Such logic is called Paraconsistent, as it deals with non-trivial inconsistencies. The research seeks to fill a gap in the study of logic, contributing to overcoming the limitations of classical logic when facing inconsistent theories, promoting the inclusion of contradictions within logic. Nevertheless, this dissertation seeks to identify the foundations of classical logic, explore the circumstances that lead to the emergence of non-classical logics, highlight the role of paraconsistent logic in approaching inconsistent theories, construct a paraconsistent system as a basis for inconsistent theories and expose the philosophical implications arising from paraconsistent logic. The dissertation is mainly based on bibliographical research, using texts and scientific articles related to the topic. Furthermore, it employs hermeneutic and textual comparison techniques to interpret and relate the concepts presented. The research results showed that paraconsistent logic provides a solid foundation for addressing and integrating contradictions without trivializing inconsistent theories or systems. These findings significantly expand the boundaries of classical logic and foster advances in the epistemological understanding and practical applications of Paraconsistent Logic, particularly in fields such as Law, Ethics, and Computer Science.

Keywords: Paraconsistent Logic; Inconsistent Theories and Systems; Non-Triviality; Classical Logic.

“Tudo é possível para aquele que crê!”

(Jesus *apud* Marcos, 9: 23).

Índice

Simbolismo

Nesta dissertação os símbolos são explicados ao serem introduzidos ao longo do desenvolvimento dos tópicos. Todavia, para casos em que não foram fornecidos os significados de símbolos que foram considerados comumente usados, vale a seguinte explicação:

As consoantes maiúsculas F, G e H representam propriedades. As consoantes minúsculas x, y, z são variáveis para objectos, e p, q, r são variáveis proposicionais. As letras gregas são para funções de objectos.

Os símbolos $\forall$ e $\exists$ representam os quantificadores universal e existencial, respectivamente. $\exists!$ é o quantificador de unicidade. Similarmente, os demais operadores clássicos seguem o uso da lógica clássica.

w representa uma disjunção exclusiva.

I é variável para uma proposição com o valor lógico "indeterminado".

$\frac{1}{2}$ representa o valor lógico indeterminado.

Df. significa "definição".

$\nvDash$ lê-se "não prova".

As notas de rodapé não são enumeradas para evitar confusões com indexações. Por isso são indicadas por sinais como $*$, § e outros no rodapé.

INTRODUÇÃO

A presente dissertação intitula-se *Lógica Paraconsistente como fundamento de Teorias e Sistemas Inconsistentes*: *uma reflexão à luz do pensamento de Newton Da Costa*. Esta pesquisa enquadra-se na área da lógica. A ideia desta investigação surge a partir do momento em que se indaga em torno do destino das teorias que são ditas de ser contraditórias ou inconsistentes. Aquando dessa meditação, coloca-se numa esteira filosófica a lógica paraconsistente de Newton da Costa como teoria principal desta pesquisa, pois entende-se que ela (a teoria paraconsistente) é que pode responder de maneira mais sistemática ao problema do descarte das teorias inconsistentes.

A reflexão sobre a lógica ideal para os sistemas e teorias inconsistentes consiste numa busca epistemológica das estruturas formais que estão na base das próprias teorias consideradas inconsistentes. Portanto, o tema acima colocado procura encontrar as condições sobre as quais a lógica paraconsistente serve de base para os sistemas e teorias tidos como inconsistentes.

A lógica clássica, durante muito tempo, foi usada como fundamento de muitas teorias e até hoje ela encontra várias aplicações em vários campos do conhecimento. Porém, com o desenvolvimento da própria lógica foi se constatando que esta lógica não é suficiente para fundamentar todas as teorias, ou melhor, que os princípios sobre os quais se assenta a lógica clássica são exclusivistas, uma vez que não dão espaço às questões do tipo $p\ e\ não\ p$, emergindo assim, a necessidade de uma nova lógica que se pretende inclusiva. Neste sentido, urge do problema acima enunciado, as seguintes questões: de que maneira a lógica clássica é fundamentada? Sob quais circunstâncias as novas lógicas podem surgir da eliminação de certos princípios da lógica clássica? Em que medida a lógica paraconsistente representa uma alternativa para lidar com teorias e sistemas inconsistentes de maneira significativa? Até que ponto um sistema paraconsistente pode servir de base a teorias inconsistentes? E, em que modalidade a lógica paraconsistente causa implicações filosóficas?

O interesse pelo tema acima exposto nasce a partir da constatação de que em Moçambique há ainda poucos estudos no ramo da lógica. Neste sentido, é desejo primeiro da autora desta dissertação, contribuir para o aumento de pesquisas no ramo da lógica, em Moçambique. Este aumento não se reduz apenas a termos quantitativos, mas também qualitativos, pois a lógica constitui a base indispensável para a Filosofia, ou seja, para filosofar é preciso ter ferramentas que auxiliam no raciocínio– tais ferramentas ou princípios podem ser fornecidos pela lógica.

Geralmente, quando se fala de racionalidade ou de consistência de um pensamento de uma teoria ou ainda, de um sistema, refere-se a uma abordagem que se faz valer pela coerência, que se funda nos princípios de não-contradição, de terceiro excluído e de identidade. Esses princípios são retirados da concepção clássica, especialmente aristotélica, e são ligados à questão de racionalidade ou não racionalidade de uma teoria. Neste sentido, torna-se inconsistente e até mesmo irracional todo aquele pensamento que não obedece a esses princípios. Esta maneira de conceber a racionalidade contribui significativamente para que muitas teorias e muitos sistemas sejam considerados irracionais e sejam descartados.

Da impossibilidade de se fundar as teorias inconsistentes na lógica clássica, impele a necessidade de uma outra lógica, capaz de superar as limitações desta. É a partir desta premissa que se encontra alguma relevância desta dissertação. Nesta perspectiva, é importante prosseguir com esta dissertação pelas seguintes razões: a necessidade da emergência de uma nova lógica, que possa ser capaz de considerar outros aspectos que a realidade apresenta, neste caso, a contradição; a lógica clássica apresenta-se como insuficiente para a fundamentação de determinadas teorias ou sistemas, neste caso, os sistemas e teorias inconsistentes; a proposta de um ensino de lógica que possa albergar, para além da lógica clássica, a lógica paraconsistente e outras que contemplem as questões descartadas pela lógica precedente.

A pesquisa procura trazer à luz uma lógica de cariz disjuntivo-inclusiva, isto é, que tenha em conta os vários aspectos da realidade num contexto em que esta realidade já não é a mesma de antes, pois na contemporaneidade, para além do facto de o conhecimento ser tido como pluralista, uma vez que qualquer tipo de conhecimento pode ser útil dependendo de cada circunstância, a própria realidade apresenta situações contraditórias que merecem a devida atenção e não o seu descarte. Neste sentido, a fundamentação das teorias inconsistentes através da lógica paraconsistente significa mais do que uma superação da lógica clássica, uma inclusão de inconsistências no seio da lógica.

A pesquisa pretende, de modo geral, reflectir em torno da lógica paraconsistente enquanto fundamento das teorias e dos sistemas inconsistentes e, de modo específico: i) identificar os fundamentos da lógica clássica; ii) apresentar as circunstâncias sob as quais as lógicas não clássicas podem surgir; iii) evidenciar em que medida a lógica paraconsistente lida com teorias e sistemas inconsistentes; iv) apresentar um sistema paraconsistente enquanto base de teorias inconsistentes e v) expor as implicações filosóficas advindas da lógica paraconsistente.

A ideia da superação da lógica clássica convida a pensar numa possibilidade de incluir-se as contradições dentro da lógica, ainda que a grande luta dos clássicos se enraizasse na demanda de um rigor tipicamente certo. A formulação desta nova lógica assemelha-se à construção das geometrias não-euclidianas no seio da matemática, pois procura trazer uma nova maneira de ver aquilo que era tido como sendo abominável no seio da lógica. É neste âmbito que Priest (2004, p. 15) critica a ideia daqueles que consideram que as contradições ou inconsistências envolvem tudo, isto é, são triviais e que as mesmas são irracionais, por isso devem ser eliminadas da lógica e, consequentemente de qualquer parte do conhecimento.

O fenómeno da eliminação das contradições e dos paradoxos no seio da lógica trouxe consigo uma inquietação por parte dos logicistas contemporâneos. A saber. Um dos logicistas que pode ser destacado, que tentou resgatar as contradições de forma excepcional, chama-se Newton Carneiro Afonso Da Costa. Este autor propõe que para o fenómeno da inclusão parcial das contradições haja uma outra lógica denominada lógica paraconsistente.

Para o cumprimento dos objectivos, a pesquisa tomará como base teórica as obras de Newton da Costa referentes à questão da lógica paraconsistente, onde o autor discute vários conceitos relacionados a esta questão. Newton da Costa (1998, p. 7) afirma que a lógica é dividida em duas partes: lógicas clássicas e lógicas não clássicas. A primeira lógica é a aristotélica e foi sistematizada por Frege e Russell. A segunda tem que ver com aquela que derroga a primeira ou não toma em consideração alguns aspectos. A abordagem de Newton Da Costa parte do desejo de ampliar a lógica clássica de cunho aristotélico, que se assenta no princípio de não–contradição que advoga que "*… é impossível que o mesmo seja atribuído e não seja atribuído ao mesmo tempo a um mesmo subjacente e conforme ao mesmo aspecto…*" (Aristóteles, 1875, p. 88), com o objectivo de encontrar uma lógica capaz de incluir aquilo que essa lógica descarta. Esse desejo surgiu a partir da constatação de que alguns sistemas que são considerados inconsistentes são triviais. Desta forma, Da Costa propõe-se a encontrar uma lógica que não procura eliminar as inconsistências, mas que a sua base já as aceita sem que se esbare na trivialização. Essa lógica foi chamada de Paraconsistente.

O termo paraconsistente é entendido, por Newton da Costa, na sua obra *Sistemas formais inconsistentes*, como a lógica que admite a criação de sistemas e teorias que aceitem contradições sem por isso se tornarem triviais. Enquanto a lógica aristotélica afirma que um sistema inconsistente é ao mesmo tempo trivial, a lógica Paraconsistente considera que a inconsistência não significa trivialidade de uma teoria. O conceito de trivialidade significa que de uma teoria inconsistente é possível deduzir qualquer coisa. Da Costa entende o termo inconsistência da seguinte maneira: "*... é dita inconsistente se o conjunto de seus teoremas contém ao menos dois deles, um dos quais é a negação do outro. Neste caso, sendo A e ~A tais teoremas, normalmente, deriva-se em T uma inconsistência"* (Da Costa, 1993, p. 9).

A inconsistência significa um teorema que contenha proposições do tipo *p e não p* ao mesmo tempo sob o mesmo aspecto. Para Newton da Costa (1998, p. 20) o princípio de contradição ou não-contradição possui diversos níveis de formulações que não são equivalentes, como por exemplo: nível linguístico-proposicional, nível linguístico quantificacional, nível metodológico, entre outros.

O programa da possibilidade de uma lógica, segundo Hegenberg; De Andrade e Silva (2005, p. 99), que admite a afirmação de uma proposição p e a sua negação não-p, quer dizer, que admite uma incompatibilidade de coexistência de duas proposições, quando uma exclui necessariamente a outra, já tinha sido sonhado por outros autores diferentes de Newton da Costa. Wittgenstein (1975, p. 332) previu que algum dia haveriam investigações lógico-matemáticas de cálculos contendo contradições ou inconsistências. Com isso, as pessoas ficariam realmente orgulhosas com esse avanço. E hoje vivemos esta realidade. Rudolf Carnap (1937, p. 51) discute a questão da inconsistência a partir do seu princípio da tolerância fundamentando a ideia segundo a qual é possível uma lógica que admite contradições, na medida em que a lógica não caminhe pelo lado das proibições, mas sim pelo lado das convenções, do principio de tolerância; isto porque, muitas vezes, os logicistas contrariam- se mutuamente afirmando que o sistema de um é contraditório em relação ao outro. Esse principio dá abertura às várias lógicas desde que se orientem segundo métodos claramente estabelecidos. Alguns logicistas como Aristóteles tem a tendência de proibir certas atitudes na lógica esquecendo-se que ela não trata da moral, não se importa com o que é bom ou é mau. Portanto, não há leis absolutas, mas sim leis convencionais.

Mais adiante, encontra-se Gödel citado por Hao Wang (1996, p. 158) que admite que algumas contradições (não muitas), na passagem de números inteiros pequenos até a teoria dos conjuntos em sua extensão, poderiam ajudar a revelar distinções escondidas. Por mais que em certos conceitos fundamentais que usamos nas variadas ciências possam ser derivadas contradições, não implica que tais conceitos devam ser rejeitados, pois, conforme assinalado, são conceitos "fundamentais". Um exemplo de um conceito fundamental na lógica, e que produz contradições, é o conceito de prova. Assim afirma Gödel: *"nós podemos derivar contradições do conceito geral de prova, incluindo a autoaplicação da prova"* (GÖDEL *apud* WANG, 1996: 188).

Graham Priest (2004, p. 23) discorda veementemente da ideia de que as contradições ou inconsistências são triviais, não podem ser verdadeiras, não podem ser consideradas racionalmente, e que se aceitarmos as contradições, não poderemos mais criticar teorias e seremos obrigados a aceitar tudo. Essa abordagem em relação às inconsistências é duramente criticada por Priest.

Metodologicamente, a dissertação obedeceu, principalmente, o método de pesquisa bibliográfica que consistiu na recolha de textos e artigos científicos relacionados ao tema em questão. Os procedimentos metodológicos de elaboração dos elementos pré-textuais, da introdução, da conclusão, arrumação bibliográfica e de indicação de fontes e citações (ao longo do desenvolvimento) obedeceram à norma da *American Psychology Association* (APA), sexta edição. Como técnicas auxiliares à pesquisa bibliográfica, usaram-se as técnicas de hermenêutica e de comparação textuais que consistiram, respectivamente, na interpretação das ideias dos textos e artigos científicos e no relacionamento dos mesmos textos.

A dissertação obedece a seguinte estrutura: no primeiro capitulo tem-se os fundamentos da lógica clássica; no segundo capitulo apresenta-se a emergência das lógicas não clássicas; no terceiro capítulo expõe-se os fundamentos da lógica paraconsistente; no quarto capitulo, cria-se um sistema paraconsistente e, no quinto e último capítulo explica-se as implicações filosóficas da lógica paraconsistente.

CAPÍTULO I – FUNDAMENTOS DA LÓGICA CLÁSSICA

A lógica clássica é uma abordagem da lógica formal que se baseia em princípios e conceitos desenvolvidos a partir da antiguidade grega aos nossos dias. Ela utiliza proposições, conectores lógicos, modos de inferência e tabelas de validade para analisar o raciocínio e a validade dos argumentos. Abordar os fundamentos da lógica clássica significa discutir os princípios e a estrutura basilar dessa abordagem específica da lógica, e é precisamente isso o que será efectivado neste capítulo.

§1.1. **Linhas gerais**

A lógica é uma disciplina fundamental para o entendimento e desenvolvimento da ciência e da filosofia. Segundo Da costa (1998, p. 7) ela pode ser dividida em duas partes: lógica clássica e lógicas não clássicas. A lógica clássica é um sistema de lógica cujos fundamentos são o Princípio de Identidade, o Princípio da Não Contradição, o Princípio do Terceiro Excluído, entre outros. Nesse sistema de lógica, existem apenas duas possibilidades de valores para as proposições: 1 e 0.

Antigamente, sob grande influência de Aristóteles (2010, p. 115), os valores proposicionais eram chamados de ‘verdade’ e ‘falsidade’. Em meados do século XIX, devido aos trabalhos de George Boole (1847, p. 15), os valores ‘verdade’ e ‘falsidade’ foram substituídos pelos símbolos 1 e 0. O símbolo 1 representava o universo de objectos, e o símbolo 0 representava a negação dos objectos. Mais adiante, no início do século XX, Frank P. Ramsey (1999, pp. 35-40) percebeu a redundância das expressões ‘verdade’ e ‘falsidade’, concluindo que era desnecessário o uso delas. Assim, Ramsey sugeriu que não fossem usadas tais expressões na construção de declarações ou sentenças. No lugar delas, Ramsey propôs os termos “facto” e “não facto”. Além desses, também podemos usar os termos “teorema” e “não teorema”, “validade” e “não validade”. No entanto, nesta dissertação será usada a terminologia que se segue:

1 = válido.

0 = inválido.

A lógica clássica, conforme já se afirmou, não permite que exista a possibilidade de um terceiro valor além de 1 ou 0. Isso significa que ou uma proposição é 1 ou é 0: não há um meio termo possível entre esses valores (veja-se, a seguir, algumas matrizes de validades da lógica clássica).

Tabela 1. *Matrizes de validade da lógica clássica.*

Matriz I	Matriz II	Matriz III
$(p \mid q) \mid (p \mid q)$	$(p \mid p) \mid (q \mid q)$	$p \mid (q \mid q)$
1 0 1 **1** 1 0 1	1 0 1 **1** 1 0 1	**1** 1 0 1
1 1 0 **0** 1 1 0	1 0 1 **1** 0 1 0	**0** 0 1 0
0 1 1 **0** 0 1 1	0 1 0 **1** 1 0 1	**1** 1 0 1
0 1 0 **0** 0 1 0	0 1 0 **0** 0 1 0	0 **1** 0 1 0

Na primeira matriz têm-se as validades da conjunção, na segunda matriz têm-se as validades da disjunção inclusiva e, na terceira matriz têm-se as validades da implicação ou condicional material. Todas as matrizes acima expostas estão formuladas em termos da incompatilibidade.[*]

A violação dos princípios fundamentais da lógica clássica implicaria em ir contra toda a ideia de consistência. Não obstante, Krause (1993, p. xi) sustenta que neste tipo de sistema clássico os princípios supracitados determinam a racionalidade ou a irracionalidade de uma teoria ou de um sistema. Por isso, qualquer pensamento que não obedeça a esses princípios é considerado inconsistente ou irracional. Por exemplo, se se disser que “a bola é vermelha e não é vermelha”, viola-se o Princípio da Não Contradição, pois se está a afirmar que a bola é e não é vermelha ao mesmo tempo e no mesmo sentido. Isso é considerado um erro lógico – dentro do sistema lógico-clássico – pois a bola não pode ter duas qualidades opostas ao mesmo tempo e no mesmo sentido.

As lógicas não-clássicas englobam todas as outras lógicas que questionam ou não levam em conta alguns aspectos da lógica clássica; a título de exemplo, as lógicas modais e paraconsistentes. Na lógica modal trata-se da questão da necessidade ($\Box$) e da possibilidade ($\Diamond$) das coisas. Na Lógica

[*] É um conector primitivo, pois a partir dele podem ser derivados todos os outros conectores. Esta é uma grande descoberta da lógica moderna e foi feita por Sheffer. Para além da incompatibilidade existe um outro conector primitivo chamado de “negação conjunta”, através do qual, também, podem ser derivados todos os outros conectores (RUSSELL, 1981, p. 143).

Paraconsistente trata-se de proposições contraditórias válidas. Por ora, tais lógicas não serão abordadas, cabendo-nos continuar a descortinar os fundamentos da lógica clássica.

§1.2. **Princípio de identidade**

Em termos cronológicos, o princípio de identidade representa a primeira descoberta dos princípios lógicos. Sua origem remonta ao século V a VI a.C., quando Parmênides se opôs à concepção dialéctica do mundo defendida por Heráclito. Parmênides especificamente refutou o problema apresentado pela sentença: "alguém não pode entrar no mesmo rio duas vezes, pois novas e ainda outras águas fluirão sobre ele" (Heraclitus, 2004, p. 53), instituindo o princípio de identidade ao asseverar que o que é, é, e não pode não ser; o que não é, não é, e não pode vir a ser (Parmênides, 2000, p. 19). Simbolicamente, o princípio de identidade é representado pelo seguinte axioma (A_{i1}):

$$A_{i1}.\ x = x$$

onde: o símbolo '$=$' é utilizado para denotar a *identidade lógica*, e costuma ser lido como 'x é idêntico a x'; significa que um objecto é idêntico a si mesmo. Essa identidade, representada por 'A_{i1}', de acordo com Quine (1969, p. 11), também pode ser formalizada por meio do seguinte axioma (A_{i2}):

$$A_{i2}.\ (x = y) \rightarrow (G(x) \rightarrow G(y))$$

onde: o símbolo '$\rightarrow$' representa o conector de implicação, e as consoantes maiúsculas denotam propriedades. Assim, 'A_{i2}' afirma que se dois objectos, x e y, são idênticos, então qualquer propriedade que se aplique a x também se aplicará a y. Ou seja, qualquer afirmação que seja válida para x também será válida para y. Deste modo, x pode ser substituído por y, e a afirmação continuará válida, e vice-versa.

Segundo Leibniz (1996, p. 159), o princípio de identidade pode, ainda, ser representado de um outro modo, através do axioma conhecido como 'lei de Leibniz', formulado da seguinte maneira:

$$A_{i3}.\ ((x = z) \wedge (y = z)) \rightarrow (x = y)$$

onde: o símbolo '$\wedge$' representa o conector de conjunção. A_{i3} pode ser lido do seguinte modo: Se dois objectos, x e y, são idênticos a um terceiro objecto z, então x é idêntico a y.

Não existe um consenso generalizado quanto a A_{i2}. Vários lógicos, tais como Leibniz, Frege, Carnap e Dilworth, possuem posições próprias, algumas divergentes, quanto a este axioma.

Leibniz (1918, p. 317) trata a identidade entre x e y como uma identidade de termos, não de objectos; e assere que os termos em A_{i1} podem ser chamados de idênticos; e, em A_{i2}, embora sejam idênticos, devem ser chamados de *coincidentes*. Assim, um pode ser substituído pelo outro sem que, com isso, o valor lógico da sentença seja alterado.

Frege herda e acrescenta um novo elemento à concepção de Leibniz em torno de A_{i2}, a saber: a relação entre os sinais x e y e seu respectivo conteúdo, i.e., o pensamento.

> embora os sinais sejam usualmente meros representantes de seus conteúdos, de modo que toda combinação em que eles ocorram expresse apenas uma relação entre seus conteúdos, de imediato eles [sinais] se mostram a si mesmos quando se combinam por meio do sinal de identidade de conteúdo; pois é desta maneira que é designada a circunstância de que os dois nomes têm o mesmo conteúdo (Frege, 2018, p. 33).

Deste modo, em A_{i2}, em primeiro lugar, a substituição não se refere aos conteúdos de cada termo, mas dos próprios termos em si, pois são idênticos (ou coincidentes, na linguagem de Leibniz). Só depois dessa relação entre termos, em uma segunda instância, é que se pode dizer que os termos x e y representam o mesmo objecto.

Dilworth (1988, p. 84) critica este segundo momento explicado por Frege, argumentando que se o conteúdo de x for idêntico ao conteúdo de y, então o conteúdo de x não poderá ser substituído pelo conteúdo de y, porque isso seria o mesmo que substituir um objecto por ele próprio, o que não é possível. Deste modo, Dilworth conclui que nenhuma substituição pode ocorrer em uma identidade. "Pareceria, portanto, que outra noção possa estar a ser pretendida, uma associada à identidade ou igualdade, porém distinta dela".

Discordando de Leibniz e Frege, Carnap (1947, p. 13) explica que se dois termos denotarem o mesmo objecto, não podem ser chamados de idênticos, mas de equivalentes, pois possuem o mesmo valor, daí o nome 'equi', que significa *igual* ou o *mesmo*, e 'valência', que significa *valor* – 'o mesmo valor'. Nesse sentido, os termos podem ser substituídos um pelo outro sem que o significado da sentença seja alterado, evitando, de igual forma, a confusão de afirmar que um objecto pode ser substituído por ele próprio.

No entanto, Dilworth (1988, p. 85) não concorda totalmente com o posicionamento de Carnap, pois, para ele, e contra Carnap, dois termos são considerados equivalentes não em virtude de suas referências, mas por poderem ser substituídos um pelo outro, independentemente de possuírem ou não a mesma referência.

O debate sobre o princípio de identidade, dentro da lógica clássica, ainda não está encerrado. Além destas, existem outras discórdias sobre o assunto. Todavia, o presente estudo não irá se prolongar até esse ponto. O que permanece é o facto de se constatar que Carnap e Dilworth não concordam que A_{i2} seja um axioma de identidade, ao passo que outros lógicos, como Leibniz, Frege, Russell & Whitehead[†] e Quine, sustentam uma posição mais positiva.

§1.3. **Princípio de não contradição e de explosão**

Em ordem cronológica, o segundo princípio lógico descoberto foi o de não contradição, juntamente com o princípio do terceiro excluído, na colectânea intitulada *Órganon*, da autoria do filósofo grego Aristóteles. Por ora, importa-nos o princípio de não contradição. Aristóteles expôs este princípio nos seguintes termos:

"*Chamamos de contradição o par formado por uma proposição afirmativa e uma negativa em oposição, entendendo por proposições opostas as que realmente enunciam sempre os mesmos*

[†] Em seus *Principia Mathematica*, Russell & Whitehead (1963, p. 168) colocam A_{i2} como uma definição, não como um axioma, da seguinte maneira:

$$x = y . = : (\phi) : \phi ! x . \supset . \phi ! y \qquad \text{Df.}$$

que afirma que x e y são idênticos quando toda a função predicativa satisfeita por x é também satisfeita por y. Esta identidade entre x e y limita-se apenas a funções predicativas, pois "não podemos afirmar que *toda* função satisfeita por x é satisfeita por y, pois x satisfaz funções de ordens variadas, e essas não podem ser todas cobertas por uma variável aparente" (Russell & Whitehead, 1963, p. 168).

predicados e sujeitos, de maneira não meramente homônima [‡][de sorte a gerar ambiguidade]” (Aristóteles, 2005, p. 86).

Em Aristóteles, o princípio de não contradição é mais restrito do que em sua versão actual. No sentido aristotélico, a contradição pode ser simbolizada da seguinte maneira:

$$\forall x(H(x)) \wedge \exists x(\neg H(x))$$

onde: $H(x)$ representa ‘x tem a propriedade H’, o símbolo $\forall$ indica o quantificador universal, o símbolo $\exists$ indica o quantificador existencial, e $\neg$ indica a negação. Assim, a expressão anterior lê-se: ‘para todo o x, x possui a propriedade H e existe pelo menos um x que não possui a propriedade H’.

A contradição aristotélica demanda que uma proposição seja universal e a outra existencial. E, de igual modo, uma deve ser afirmativa e outra negativa. O seguinte caso

$$\forall x(H(x)) \wedge \neg H(x))$$

não representa uma contradição no sentido aristotélico, mas sim uma contrariedade ou oposição, pois, segundo Aristóteles (2005), de “duas proposições, uma afirmativa e uma negativa, ambas universais na sua forma e tendo por sujeito um universal, teremos duas proposições contrárias” (p. 86). Por exemplo: ‘Todo o homem é branco’ e ‘nenhum homem é branco’ – estas proposições, segundo este autor, não são uma contradição, mas sim uma contrariedade ou oposição. Todavia, actualmente, o que Aristóteles considerava apenas como contrariedade ou oposição também representa uma contradição.

De acordo com Ueberweg (1871, p. 236), a versão actualizada do princípio de não contradição é mostrada no seguinte axioma (A_c):

$$A_c. \neg(p \wedge \neg p)$$

[‡] Aristóteles (2005, p. 39) define coisas homônimas como aquelas que têm apenas o nome em comum, mas a definição de essência correspondente ao nome é diferente.

Este axioma pode ser lido como: 'p é incompatível com a negação de p' ou 'p é incompatível com a incompatibilidade entre p e p'. Isto significa que ou p é válido ou sua negação é válida, mas não ambos (De Morgan, 1847, p. 5). Esta forma de interpretar A_c inclui um princípio ou axioma da lógica clássica conhecido como *princípio de explosão*[§], representado pelo seguinte axioma (A_{ce}):

$$A_{ce}.\ (p \wedge \neg p) \rightarrow r$$

Conforme nota-se, A_{ce} não é um axioma independente. Ele mantém uma relação de dependência para com A_c[**], pois não seria possível inferir r sem $p \mid (p \mid p)$, ou seja, inferir qualquer coisa sem existir previamente uma contradição. De facto, A_{ce} indica que dada uma contradição, qualquer coisa pode ser provada (Hegenberg, 1995, p. 56).

Após seu aparecimento no século XII, o debate em torno de A_{ce} foi esquecido. Priest, Beal & Armour-Garb (2004, p. 25) declaram que A_{ce} é um fenómeno relativamente novo. Porém, foi capaz de ganhar a atenção de renomados lógicos; dentre eles, Wittgenstein e Gödel.

Wittgenstein não achava que A_{ce} fosse válido. Tal facto desagradou a maioria da comunidade científica da área da lógica, pois, conforme afirmara De Morgan (1860), um dos célebres defensores dos princípios da lógica clássica, "a contradição é inimaginável [...]. A contradição é desconhecida na natureza [...]. Qualquer contradição seria inaceitável e inutilizável" (p. 50), daí o desejo natural que os lógicos clássicos têm de evitar as contradições.

Gödel redarguiu de forma calorosa a essa afirmação de Wittgenstein nos seguintes termos:

> Wittgenstein perdeu sua sanidade? Ele o afirma seriamente? [...]. Ele se coloca em uma posição em que não lhe cabe fazê-lo. Por exemplo, "não se pode derivar tudo a partir de uma contradição". Ele deveria tentar desenvolver um sistema lógico no qual isso seja verdadeiro (Gödel *apud* Wang, 1996, p. 179).

[§] Segundo Priest, Beal & Armour-Garb (2004, p. 25), este princípio só apareceu explícito por volta do século XII, por meio dos trabalhos de William de Soissons, onde foi provado que de uma contradição qualquer coisa poderia ser derivada.

[**] Por isso escolhemos a expressão A_{ce} para simbolizá-lo, pois desse modo fica evidente que este princípio se relaciona ao A_c.

Wittgenstein não perdeu a sanidade. A história provou que A_{ce} nem sempre é válido. A exigência de Gödel, segundo a qual deveria ser criado um sistema lógico no qual isso seja verdadeiro, foi satisfeita – por meio da criação de sistemas lógicos formais paraconsistentes, conforme é mostrado nos capítulos III e IV desta dissertação. Por ora, importa prosseguir com os fundamentos da lógica clássica.

§1.4. **Princípio do terceiro excluído**

Juntamente com o princípio de não contradição, o princípio do terceiro excluído foi descoberto por Aristóteles no *Órganon*. Simbolicamente, este princípio é representado pelo seguinte axioma (A_{-3}):

$$A_{-3}.\ p \vee \neg p$$

onde: $\vee$ representa a disjunção inclusiva e p simboliza uma variável proposicional. Assim, conforme Aristóteles (2005, p. 89), A_{-3} indica que, "no que toca as coisas presentes ou passadas, as proposições, sejam afirmativas ou negativas, são necessariamente válidas ou não válidas". Ou seja, p é válida, o que torna $\neg p$ não válida; ou $\neg p$ é válida, o que torna p não válida – a validade de uma implica a não validade da outra, e vice-versa[††]. Não é possível haver um terceiro valor advindo de uma proposição e sua respectiva negação.

Bradley (1922, §23) e Ueberweg (1871, p. 262) identificam algumas incompreensões que podem surgir por conta de A_{-3}. Este princípio não é uma disjunção no seu sentido lato, mas, sim, um caso estritamente específico de disjunção. Vejamos: a fórmula de uma disjunção inclusiva, no seu sentido lato, é

$$p \vee q$$

[††] Ou ainda: não é possível responder 'sim' e 'não' para uma mesma questão. Ou se responderá 'sim', ou se responderá 'não'.

Onde temos duas variáveis proposicionais, p e q, que representam proposições atómicas[‡‡]. Neste caso, a disjunção permite que ambas possam ser válidas, porém, não podem ser ambas não válidas – caso isso aconteça, a disjunção será não válida. E, nesta relação podem participar diferentes proposições; o mesmo acontece em uma disjunção exclusiva, que se representa pela fórmula

$$p \, w \, q$$

Essa expressão afirma que ou p é válida ou q é válida, mas não ambas simultaneamente. A disjunção exclusiva indica uma exclusividade entre as duas opções. Por este motivo difere da disjunção inclusiva. E, ambas diferem de A_{-3} por:

- Permitirem a participação de proposições com predicados diferentes, ao passo que A_{-3} só permite proposições com os mesmos predicados, embora que em qualidades diferentes (um afirmativo e outro negativo);
- Acoplado ao primeiro motivo supracitado, em A_{-3} só lidamos com uma proposição nas suas duas formas: afirmativa e negativa; enquanto nas disjunções inclusiva e exclusiva tratamos de diferentes proposições com diferentes qualidades;
- Embora não sendo uma contradição, A_{-3} é construído sob a égide de uma contradição, ao passo que as disjunções inclusiva e exclusiva são independentes de contradições;
- A_{-3} é um axioma, ao passo que as disjunções inclusiva e exclusiva são fórmulas (Bradley, 1922, p. 154).

Hegel (1995, p. 112) interpretou A_{-3} como se asserisse que para conhecer os predicados de x podemos e de facto devemos apresentar as noções das qualidades '$G(x) \wedge \neg G(x)$', '$H(x) \wedge \neg H(x)$', etc., considerando que se um predicado não for aplicável a x, consequentemente, o outro será, e vice-versa.

A interpretação de Hegel, de acordo com a argumentação de Ueberweg (1871, p. 262), desvia do alcance de A_{-3}. Segundo este último, A_{-3} pressupõe uma questão muito mais sofisticada, que deriva da afirmação e da negação. Na realidade, "tudo o que o Princípio do Terceiro Excluído nos

[‡‡] Uma proposição atómica é uma afirmação simples, com sentido, que não pode ser dividida em partes menores que, ainda assim, mantêm algum sentido.

diz é que, diante de qualquer elemento possível de conhecimento, é necessário estar correcto ao afirmar ou negar qualquer sugestão feita sobre esse elemento" (Bradley, 1922, p. 154).

Existe um grande debate em torno da validade de A_{-3}, mesmo entre os lógicos clássicos. Mill (1882), proeminente filósofo, político e lógico do século XIX, contesta a veracidade deste princípio nos seguintes moldes:

> Uma proposição deve ser necessariamente verdadeira ou falsa, desde que o predicado possa, em algum sentido inteligível, ser atribuído ao sujeito; (e uma vez que isso é sempre pressuposto em tratados de lógica, o axioma é invariavelmente estabelecido como uma verdade absoluta). "Abracadabra é uma segunda intenção" não é nem verdadeiro nem falso. Entre o verdadeiro e o falso, existe uma terceira possibilidade, o Sem Sentido (p. 345).

Em defesa de A_{-3}, Bradley (1922, p.155) reage ao argumento de Mill nos seguintes termos: "Sim, uma possibilidade sem sentido e, portanto, nenhuma de facto; [...] pois uma proposição que não possui sentido não é uma proposição".

Conforme colocado por Aristóteles (2005, p. 89), em princípio, A_{-3} mostra-se evidente quando se trata de proposições no presente e no passado. Todavia, o que se pode dizer de proposições no futuro? Por exemplo: 'No próximo ano estarei em Londres', é uma proposição válida ou não válida? A aplicação de A_{-3}, neste caso, conforme Aristóteles, sugere que esta proposição seja confrontada por sua versão negativa, a saber: 'No próximo ano não estarei em Londres'. Assim, explica Aristóteles (2005), "se alguém declara que um certo evento ocorrerá e outro indivíduo declara que não ocorrerá, um deles estará evidentemente dizendo algo que constitui a verdade, ao passo que o outro, com a mesma evidência, não estará" (p. 90).

Embora a veracidade dessa afirmação possa ser confirmada ou refutada no futuro, se a mesma for colocada em um sistema lógico no qual seja preciso aferir sua veracidade actual, não será possível atribuí-lá um valor.

§1.5. **Princípio de bivalência**

A_{-3} é um axioma construído a partir da disjunção de duas proposições que diferem apenas na qualidade afirmativa e negativa. Porém, pressupõem um princípio primitivo e mais abrangente: o princípio da bivalência (A_2). Simbolicamente, A_2 pode ser colocado da seguinte maneira:

$$\forall p \, \exists! \, v \in \{1{,}0\}: (p \leftrightarrow (v = 1)) \lor (\neg p \leftrightarrow (1 = 0))$$

e lê-se: para qualquer proposição p, existe exactamente um valor de validade *v*, onde *v* pertence ao conjunto {1, 0}, tal que p é válida se e somente se $v = 1$ e p é inválida se e somente se $v = 0$.

Conforme pode se verificar em §1.4, Aristóteles usa A_{-3} pressupondo A_2, por isso sua lógica (e toda lógica clássica) é bivalente. Porém, A_2 é diferente de A_{-3}. Enquanto A_{-3} é um axioma da lógica enquanto linguagem-objecto, na lógica clássica, A_2 pertence à linguagem-sintaxe, ou seja, é primitivo e rege sobre A_{-3}. Ademais, A_{-3} pode ser aplicado em sistemas lógicos multivalentes, como, por exemplo, no sistema trivalente L, com as seguintes validades: $1 = válido$, $0 = inválido$, e $0{,}5 = indeterminado$, na disjunção entre $p \lor \neg p$, aplicando A_{-3}, ontém-se que p terá *necessariamente* um (e apenas um) valor distinto de $\neg p$, pois uma é a negação da outra. Isto é,

$$(p = 1) \rightarrow (\neg p - 0)$$

assim A_{-3} é aplicado em sistemas multivalentes.

Enquanto A_{-3} aplica-se ao cálculo em determinado sistema lógico, A_2 é um axioma de existência e aplica-se não apenas aos cálculos, mas ao sistema como um toto (desde a sintaxe, semântica, até as derivações).

CAPÍTULO II – LÓGICAS NÃO CLÁSSICAS

Lógicas não clássicas são sistemas lógicos que divergem dos princípios fundamentais da lógica clássica. Elas exploram abordagens práticas para lidar com paradoxos, contradições, incertezas e realidades inacessíveis por meio da linguagem e princípios da lógica clássica. Essas lógicas ampliam o horizonte de raciocínio e discurso da lógica clássica, e sua aplicação pode gerar desafios aos princípios clássicos. Neste capítulo as lógicas não clássicas são tratadas juntamente com alguns dos princípios e desafios que introduzem.

§2.1. **Linhas gerais**

A lógica (clássica) permaneceu inalterada por mais de dois mil anos. Bocheńsky (1961, pp. 6-7) aponta seis motivos que justificam esse facto: (i) negação da utilidade do formalismo na lógica; (ii) preconceito em relação às pesqusias da Idade Média; (iii) retorno à *Paideia* grega, ou seja, super-estima de tudo o que fosse grego; (iv) incapacidade de notar a utilidade da lógica; (v) posição de Kant segundo a qual depois de Aristóteles a lógica não realizou progresso algum; e (vi) a história da lógica deturpada por Carl Prantl, o primeiro a escrever um trabalho sistemático sobre a história da lógica ocidental – cujo principal objectivo era mostrar que a lógica formal não teve história alguma.

Dos motivos supracitados, tomamos seriamente apenas o motivo (i), cujo contorno proporcionou não apenas o desenvolvimento da lógica no sentido formal, mas, aliado ao princípio de tolerância de Carnap, lançou as bases para a abertura de *n* lógicas diferentes da variante clássica.[§§]

[§§] Não damos tamanha relevância aos demais motivos além de (i) devido aos seguintes factores: referente a (ii), embora reconheça-se que na época medieval tenham existido alguns sitemas formais, todavia, não representavam desvios significativos da linhagem aristotélica; (iii) foi um fenómeno de escala considerável, mas não se fez sentir em todas esferas da comunidade académica, tão pouco em todo o mundo ocidental – tanto é que seus apoiantes receberam o rótulo de “Renascentistas”; (iv) decorreu de uma lição do filósofo escocês chamado Thomas Reid, na qual mostrou sua ignorância em relação ao alcance prático da lógica (essas lições sequer chegaram a ganhar notoriedade internacional); (v) é uma citação parcial da afrmação de Kant que não se referia propriamente à lógica, mas à sua epistemologia, i.e, sua fundamentação como disciplina científica autónoma, conforme mostra a citação a seguir:

> a Lógica deve ser vista como uma ciência separada, subsistindo por si mesma e em si mesma fundada, e que, por conseguinte, desde o seu surgimento e primeiro acabamento, desde Aristóteles até os nossos dias, a Lógica nada pôde conquistar em matéria de fundamentação científica (Kant *apud* Jäsche, 1992, p. 22).

Em paralelo ao motivo (i), introduzimos outro que consideramos *também* estar na base de toda a estaticidade do progresso da lógica clássica ao longo desses dois milénios: o realismo e o platonismo lógico (embora, na maioria das vezes, ambos caminhem indissociados). Não que essas correntes filosóficas *per si* contrariem o progresso da lógica, mas pelas formas em que foram desenvolvidas pelos lógicos em seus respectivos sistemas e filosofias.

O platonismo, em seu sentido clássico, sustenta que a realidade última de todas as coisas reside no mundo das ideias, e que as ideias têm uma existência própria; o mundo empírico emerge como produto possibilitado pelas ideias. Neste sentido, um dos papéis das ideias é possibilitar o mundo empírico. Uma vez que no mundo empírico jamais foram encontradas contradições, assume-se que as ideias as impossibilitem, ou seja, no mundo das ideias é impossível achar ou conhecer contradições – por este motivo De Morgan afirmara que "a contradição é inimaginável", consequentemente, impensável (domínio das ideias). Em seguida, De Morgan continua dizendo que "a contradição é desconhecida na natureza" (domínio empírico) (ver §1.3 do Capítulo I desta dissertação).

Com estes argumentos não se pretende insinuar que deve-se abandonar o platonismo e o realismo na lógica ou que a natureza dessas correntes seja contra o avanço desta ciência, mas que, até o século XX, só haviam sido conhecidas manifestações dessas correntes que impossibilitavam a existência de outras formas de lógicas divergentes da versão clássica. Daí que, devido ao impacto do princípio de tolerância lógica, o convencionalismo se apresenta como um facilitador do surgimento dessa miríade de lógicas. O princípio de tolerância (A_t) assegura que

---

Nas lições de lógica (publicadas postumamente), surpreendentemente, Kant mostra posições que contrariam (v), o que indica que (v) certamente é uma interpretação equivocada de seu posicionamento. Vejamos:

> Através de observações frequentes, identificamos as regras do entendimento. Aristóteles estabeleceu algumas delas, mas eram apenas sinais indicativos de erros. Foi necessário um grande esforço para esquecer tais proposições falsas, devolvendo ao entendimento sua perfeição natural e investigando suas reais regras (Kant, 1992, p. 16).

Isso evidencia que Kant identificou erros no *corpus* silogístico aristotélico, por isso não teria como considerar sua lógica completa e acabada. E mais: contradizendo (v), Kant notou avanços significativos na lógica pós-aristotélica, conforme atesta a seguinte asserção:

> No que diz respeito à lógica, Aristóteles foi o primeiro a expô-la e também inventou as quatro figuras silogísticas. A lógica dos escolásticos consistia apenas em sutilezas. O livro "De Intellectu Humano" de John Locke é a base de toda *verdadeira* lógica (Kant, 1992, p. 24).

Todavia, há que se ressaltar que a *lógica* contida na obra de Locke, actualmente, é classificada como *lógica filosófica*, e não no seu sentido formal (Cf. Grayling, 1990).

> Em lógica não há morais. Cada um está em liberdade para construir sua própria lógica, i.e., sua própria forma de linguagem, conforme desejar. Tudo que é exigido dele é que, se ele quiser discuti-la, deve afirmar seus métodos claramente, e dar regras sintáticas em vez de argumentos filosóficos (Carnap, 1937, p. 52).

Conforme nota-se, diferentemente dos axiomas apresentados no Capítulo I, A_t é um princípio metalógico, ou seja, pertence à uma linguagem cujo objecto é a lógica; ao passo que os axiomas do Capítulo I são princípios da lógica, ou seja, estão contidos na linguagem-objecto lógica. Além disso, A_t possui as seguintes características:

(i) Elimina a moral da lógica: em lógica não existem coisas boas ou más; qualquer sistema pode ser criado sem o medo de ser rotulado como mau ou imoral, pois tais valores não existem na lógica;

(ii) Confere total liberdade ao lógico: se a matemática e a lógica residem na sua própria liberdade, então seria prudente afirmar que um matemático e um lógico de qualidade surgem quando dispõem de igual liberdade. A_t conferiu total liberdade aos lógicos para que criassem formas de linguagens dissociadas de qualquer condicionalismos relacionados à natureza e realidade, sendo o desejo seu único limite.

(iii) Institui o formalismo puro na lógica: não existem regras nem métodos pré-estabelecidos e universalmente consagrados como válidos; os métodos são positivados, e de seguida são colocadas regras sintáticas para manipular artificialmente os símbolos lógicos independentemente de qualquer conteúdo que possam ter.

Com P_t, Carnap tinha o objectivo de possibilitar novas formas de lógicas desviantes da vertente clássica de Russell & Whitehead. Ademais, mesmo antes de Carnap criar A_t, Russell & Whitehead (1963) mostram ter usado este princípio ao construir seus *Principiphia*, quando alegam que, no aspecto do simbolismo, usaram de grande liberdade para criar novos sinais ou modificar os já existentes.

Segundo Agazzi (2004, p. 25), admitir diferentes lógicas é algo lógico, não extra-lógico. Essa pluralidade de lógicas resulta da distinção entre lógica pura e aplicada, onde na segunda, certas integrações adicionais são feitas, modificações ou restrições são aplicadas às regras da primeira. Nos próximos pontos serão tratadas algumas das variantes das lógicas não clássicas mais comuns na actualidade. Por lógicas não cássicas pode-se entender aquelas que não observam pelo menos um dos princípios da lógca cássica (Cf. Da Costa e Rejane, 1988, p. 21).

§2.2. **Lógicas multivalentes**

Historicamente, a questão da multivalência pode ser rastreada até Aristóteles (2005) quando, no Capítulo IX *Da Interpretação*, considera sentenças temporais tais como "haverá uma guerra amanhã", concluíndo que esse tipo de sentenças não pode ser analisado sob o ponto de vista de "validade" ou "invalidade", pois não é possível saber se o que a sentença retrata é realmente o caso ou não. Este tipo de sentenças "se enquadra em uma ampla categoria de sentenças contingentes sobre o futuro, que se referem a eventos futuros não necessários ou não efectivamente determinados. O Filósofo de Estagira sugere a existência do "terceiro" estado lógico das proposições" (Malinowski, 2007, p. 14).

Lógicas multivalentes podem surgir de diferentes maneiras;[***] as mais comuns são: modal, epistémica e formal. Em termos modais, um terceiro valor surge quando consideramos situações que, embora não sejam o caso, são possíveis de ocorrer. Por exemplo: "A Maria pode estar em Maputo" (que pode ser simbolizada por $\Diamond A$) é uma sentença possível, sem necessariamente ser válida ou inválida. Na realidade, essa sentença não possui um valor determinado, limitando-se apenas em *ser possível*, o que introduz a possibilidade como terceiro valor lógico.

Lógicas epistémicas introduzem um terceiro valor lógico ao considerarem situações do futuro – como o exemplo ilustrado por Aristóteles; a esse valor é dado o nome de *indeterminado*, e faz parte da lógica epistémica porque diz respeito à limitação de nosso conhecimento em relação às sentenças sobre o futuro. Por fim, temos um terceiro valor lógico introduzido por via formal ou artificial. Aqui, a princípio, não existe nenhuma motivação filosófica ou pragmática para encontrar

[***] Para Bolc & Borowik (1992, p. 23), os primeiros a desenvolverem lógicas multivalentes foram George Boole, Charles Sanders Peirce e Nicolai A. Vasil'ev. Ao passo que Malinowki (2007, p. 14) não inclui Boole em sua lista, e adiciona Hugh MacColl antes de Peirce. Em todo o caso, ambos são unânimes ao considerar que os que inauguram a "era das lógicas multivalentes", os fundadores de sistemas maduros de lógicas multivalentes, são Jan Łukasiewicz e Émile Post.

novos valores, apenas pelo facto de ser formalmente possível introduzir valores entre os casos extremos 0 (contradição) e 1 (tautologia), tais como "0,1", "0,3", "0,5", e assim por diante.

A partir destas considerações, confirma-se que A_2 é desconsiderado nas lógicas multivalentes. Em seu lugar, é introduzido o axioma metalógico A_3, que pode ser chamado de "lei da trivalência", simbolizado por:

$$p \vee \neg p \vee I$$

onde I representa o valor "indefinido". Assim, este axioma afirma que, em um sistema lógico, para qualquer proposição P, ela pode ser 1, 0, ou I.

Cada lógica multivalente formula seus princípios de maneira diversa. Vejamos o seguinte sistema de lógica trivalente de Łukasiewicz (de 1920). Nesse sistema, afastamo-nos do quadro tradicional aristotélico que postula que cada proposição deve ser 1 ou 0. Em vez disso, Łukasiewicz (1920, p. 87) introduz um terceiro valor lógico, denominado "possibilidade" e representado simbolicamente pela fracção $\frac{1}{2}$. Essa expansão permite acomodar proposições que não são definitivamente válidas nem definitivamente inválidas, porém, possíveis.

Para formular o sistema de Łukasiewicz, tomam-se os princípios que regem os valores 0 e 1 para incluir o novo valor $\frac{1}{2}$. Isso é alcançado por meio dos princípios trivalentes de identidade e implicação:

I. Os princípios de identidade (denotados por $A_{iŁ1}$ e $A_{iŁ2}$, respectivamente):

$$(0 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 0) = (1 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 1) = \tfrac{1}{2}.$$

$$(\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}) = 1.$$

II. Os princípios de implicação (denotados por $A_{pŁ1}$ e $A_{pŁ2}$, respectivamente):

$$(0 < \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} < 1) = (\frac{1}{2} < \frac{1}{2}) = 1$$

$$(\frac{1}{2} < 0) = (1 < \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

Esses novos princípios regem as relações lógicas entre proposições com funções trivalentes, pois introduzem (na identidade e na implicação) o terceiro valor $\frac{1}{2}$. Com base nesses princípios, obtemos as seguintes funções para a implicação (→) e a negação ¬:

P	$\neg P$
0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0

→	**0**	$\frac{1}{2}$	**1**
0	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
1	0	$\frac{1}{2}$	1

Posteriormente, Łukasiewicz (1930) introduziu as funções para outros conectores comuns, como a conjunção, a disjunção e a equivalência. Antes, ele teve que avançar as seguintes definições:

Df. 1. $P \vee Q = (P \rightarrow Q) \rightarrow Q$

Df. 2. $P \wedge Q = \neg(\neg P \vee \neg Q)$

Df. 3. $P \equiv Q = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$.

Com base nestas definições, obtemos as seguintes funções para os conectores aqui referidos (a saber, a conjunção “∧”, a disjunção “∨” e a equivalência “≡”):

$\vee$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{1}$
0	0	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
1	1	1	1

$\wedge$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{1}$
0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1

$\equiv$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{1}$
0	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1

Łukasiewicz (1920, p. 88) reconhece que, embora algumas leis da lógica aristotélica permaneçam aplicáveis na lógica trivalente, como a lei do silogismo em certas formulações, outras são apenas "possíveis" neste quadro expandido. Por exemplo, A_c $(p \wedge \neg p = 0)$ e A_{-3} $(p \vee \neg p)$ podem não ser universalmente válidos. Ademais, algumas leis da lógica binária são absolutamente inválidas na lógica trivalente, como $(p = \neg p) = 0$.

O sistema trivalente de Łukasiewicz não permite a existência de contradições ou inconsistências. Esse facto resulta da acomodação de proposições com valor de "possibilidade", o que elimina a ocorrência de contradições lógicas. Além deste, outros sitemas de lógica trivalente, como os de Kleene e de Bochvar, também não possibilitam a ocorrência de contradições, o que torna isso uma característica notável para uma lógica que pretende se desviar da vertente clássica (Malinowski, 1993).

§2.3. **Lógicas Temporais**

Em §1.2. mostrou-se que, em filosofia, o debate sobre o tempo e questões relacionadas a ele já existiam desde o período pré-socrático, como a famosa disputa entre Parmênides e Heráclito. Todavia, para o presente ponto, questões sobre o tempo em si, de modo geral, são irrelevantes. Isto porque a lógica temporal (também conhecida como lógica da mudança), diferente do que Øhrstrøm & Halse (1995) defendem,[†††] não trata do tempo, mas

> da dinâmica temporal do universo, ou seja, sobre o que está a acontecer à medida que o tempo passa e como isso afecta a validade de proposições sobre o mundo. Assim, na lógica temporal não se trata tanto de raciocinar *sobre o tempo*, mas sim de raciocinar *sobre eventos que ocorrem no tempo*. Mais precisamente, a lógica temporal nos ajuda a formalizar e conduzir raciocínios com proposições temporais (Goranko, 2023, p. 2).

Assim, o objectivo da lógica temporal é sistematizar raciocínios que envolvem sentenças com aspectos temporalizados (Rescher & Urquhart, 1971). Por exemplo: tomemos os seguintes operadores temporais $\circ$, $\square$ e $\diamond$,[‡‡‡] para as expressões *próxima vez*, *sempre* e *às vezes*. Fórmulas como $\circ\, x$, $\square\, x$, e $\diamond x$ são lidas "próximo x", "sempre x" e "às vezes x". Além destas, temos operadores aos pares para referir proposições no passado e no futuro, tais como: $\ominus$ para "Em algum momento passado", $\oslash$ para "Em algum momento futuro", $\boxminus$ para "sempre no passado" e $\boxdot$ para "sempre no futuro".

Com estes operadores é possível construir proposições e lógicas que violam vários dos princípios da lógica classe, dentre eles temos A_{i1} e A_{-3}. A_{i1} pode ser violado ou modificado em sistemas que expressam proposições como

$$\boxminus\, (x = x) \wedge \oslash\, (x \neq x)$$

assim, nem sempre $x = x$. Similarmente, para A_{-3} a violação pode ser expressa pela fórmula

$$\diamond(p \wedge \neg p)$$

o que implica em uma indeterminação I entre os valores de p.

[†††] Peter Øhrstrøm e Per Halse escreveram uma obra tentando "... demonstrar que o conceito de tempo pode, de facto, ser estudado usando a lógica temporal" (Øhrstrøm & Halse, 1995, p. 4).

[‡‡‡] Conforme apontado em §1.1., os operadores $\square$ e $\diamond$ são usados em lógicas modais. Todavia, seu uso em lógicas temporais não desvia, em essência, do sentido que os mesmos têm em lógicas modais. Vejamos: $\square$ é o operador de necessidade. Quando aplicado a x, significa que x é necessário, ou seja, x é *sempre* o caso. Assim, o "necessário" modal e o "sempre" temporal expressam, em última análise, qualidades equivalentes. E, se for para sair de umda dessas lógicas para a clássica, basta analisar o uso do quantificador $\forall$ no contexto de $\square$ modal e temporal: $\forall x$ é equivalente a $\square\, x$. O mesmo serve para o operador $\diamond$ em relação a $\exists$.

Poderia se pensar que, devido ao operador $\Diamond$, todos os sistemas de lógicas temporais fossem multivalentes. Porém, existem também sistemas temporais bivalentes. Isso acontece ao se construir uma semântica em que a acessibilidade de p seja bivalente.

§2.4. **Lógica intuicionista**

Na lógica clássica aceita-se o modo de argumentação chamado *ad absurdum*, que prova determinado objecto x simplesmente mostrando que $\neg(\neg x)$. A lógica intuicionista[§§§] defende que proposições válidas sobre x só podem ser aceites quando forem fornecidas provas de x, e não de $\neg x$, pois $\neg x \neq x$ (Malinowski, 1993). Quando se trata da validade de proposiões compostas, exige-se que sejam construídas provas das proposições atómicas que as compõem. Isso segue os seguintes passos, onde r é uma proposição molecular das atómicas p e q, mantendo as seguintes diferentes relações lógicas:

- ❖ $p \wedge q$, aqui a validade requer uma prova de p e de q.
- ❖ $p \vee q$, para validar esta disjunção é preciso escolher uma das proposições atómicas e construir uma prova para ela.
- ❖ $p \rightarrow q$, na implicação a validade é feita por meio da transferência de uma prova de p para a prova de q, e procurar a verificação de que os resultados disso são, de facto, provas de q.
- ❖ $\neg p$, validar uma negação é o mesmo que provar $p \rightarrow 0$, sendo 0 uma sentença absurda ou inválida.
- ❖ $\exists x \Phi(x)$, aqui escolhe-se um determinado objecto p, e constrói-se uma prova de sua função.
- ❖ $\forall x \Phi(x)$, neste caso, para cada objecto p de determinado domínio é fornecida uma prova de sua função e posterior verificação da mesma.

[§§§] O desenvolvimento sistemático desta lógica foi realizado por L.J. Brouwer, em 1907. Seus fundamentos remontam ao posicionamento de Kant segundo o qual a base da matemática é uma intuição *a priori* do tempo e do espaço, ou seja, os objectos matemáticos são subjectivos, não possuem existência própria, mas sim são construídos pelo próprio sujeito.

Conforme temos apontado, o princípio clássico da dupla negação $\neg(\neg x)$ é excluído desta lógica, pois "a invalidade da negação implica a ausência de sua validade, mas não significa necessariamente a validade da afirmação original" (Bolc & Borowik, 1992, p. 95).

Considerando que $(\neg p) \nrightarrow p$, teremos as seguintes cadeias de nagações de alguns dos princípios da lógica clássica:

$$\neg((\neg p) \rightarrow p)$$

$$\neg(\neg(\neg p) \rightarrow p)$$

$$\neg((\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$$

$$\neg(p \vee \neg p)$$

$$\neg(\neg(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q))$$

$$\neg((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q))$$

Estas negações de alguns dos princípios e regras da lógica clássica mostram a importância da lógica intuicionista no cálculo proposicional não-clássico e revelam sua eficácia em colocar restrições à lógica clássica.

§2.5. **Lógica dialeteísta**

O dialeteísmo ou lógica dialeteísta é um tipo de lógica paraconsistente que sustenta que existem contradições válidas (Priest, 2006, p. 1). Na lógica paraconsistente A_{ce} é eliminado de modo a raciocinar com argumentos contraditórios sem cair em trivialidades, e jamais afirma que contradições são válidas. O dialeteísmo, todavia, vai além, argumentando não apenas a possibilidade de raciocínios paraconsistentes, mas também que existem raciocínios inconsistentes com validade própria (Wang, 2011, p. 492).

Vejamos o seguinte caso de proposição dialeteísta: "Esta afirmação é inválida". Se a afirmação for válida, o que ela diz precisa ser real, o que implicaria que ela é inválida. Por outro lado, se a afirmação for inválida, o que ela diz não se sustenta, o que indicaria que ela deve ser válida. Dessa forma, a afirmação parece ser válida e inválida ao mesmo tempo, violando A_{ce} da lógica clássica.

Graham Priest é considerado o fundador e maior representante da lógica dialeteísta. Em seu sistema, Priest rejeita A_{ce} e mantém A_{-3}. Isso acontece porque o conjunto de validades é $\{0,1\} \equiv 1$. Assim percebe-se que A_{-3} é fundamental neste sistema, pois força o conjunto indeterminado $\{0,1\}$ a ter o valor 1. Por isso as funções sempre serão ou 1 ou 0.

Por ser uma lógica tolerante a contradições, o dialeteísmo é, também, uma variação da lógica paraconsistente (Priest, 1989, p. 367). Pois, além da aproximação conceptual, inclusive em termos históricos, o dialeteísmo surgiu dentro do contexto de exploração da lógica paraconsistente em campos inexplorados.

Newton da Costa (1974, p. 508) sustenta que existe a lógica dialeteísta, embora não formalizável em princípio para muitos especialistas, está intimamente ligada à teoria dos sistemas inconsistentes. No entanto, ao aplicar técnicas dessa teoria, algumas das lógicas dialeteístas podem ser formalizadas. Essas formalizações são análogas às usadas na matemática intuicionista e não buscam fundamentar a lógica dialeteísta em formalismos específicos, mas sim revelar certas regularidades no seu movimento.

CAPÍTULO III – LÓGICA PARACONSISTENTE EM NEWTON DA COSTA

A lógica paraconsistente é uma abordagem da lógica que visa lidar com contradições e inconsistências de maneira não trivial, ou seja, de modo a obter resultados significativos, não absurdos. Assim, nesta lógica, as contradições deixam de ser barreiras insuperáveis ao raciocínio. Neste capítulo são explorados alguns dos fundamentos mais primitivos dessa lógica de modo a compreender suas aplicações práticas no contexto do raciocínio que envolve contradições.

§3.1. **Linhas gerais**

A palavra "paraconsistente" é composta por dois termos: "para" e "consistente". Consultando o dicionário etmológico *online*, encontra-se que esses dois termos provêm do grego e latim, e significam, respectivamente, "ao lado de" ou "em direcção a", ou ainda "além de" e "firme" ou "estável". Neste sentido, "paraconsistente" pode significar "ao lado da firmeza" ou "além do estável". A etimologia mostra que essa palavra constitui algo que está fora da consistência.

A terminologia "lógica paraconsistente" foi introduzida por Francisco Miró Quesada. Durante uma troca de correspondências entre Newton da Costa e o Professor Francisco Miró Quesada, Da Costa solicitou uma opinião sobre a melhor forma de nomear uma nova lógica que aceita proposições do tipo $p \wedge \neg p$. Nesse contexto, Quesada propôs o termo "lógica paraconsistente" (Krause, 1993, p. xi).

A lógica paraconsistente é uma forma inovadora de lógica que se enquadra no grupo das lógicas não clássicas. Ela é entendida, por Newton da Costa (1993, p. 9), na sua obra "Sistemas formais inconsistentes", como a lógica que admite a criação de sistemas e teorias que aceitem inconsistências ou contradições sem, por isso, se tornarem triviais; no entanto, segundo Da Costa & Bueno (1996, p. 30), uma lógica é paraconsistente se sua relação de consequência lógica não for explosiva. Enquanto a lógica aristotélica afirma que um sistema inconsistente é ao mesmo tempo trivial, a lógica Paraconsistente considera que a inconsistência não significa trivialidade de uma teoria. Dessa definição encontram-se dois conceitos fundamentais, nomeadamente: inconsistência e trivialidade. Não obstante,

> uma teoria T, contendo negação, diz-se inconsistente ou contraditória se, entre suas teses (teoremas), figuram uma fórmula A e sua negacao, $\neg A$; em caso contrário, T cognomina-se consistente ou não-contraditória. T, contendo ou não negação, diz-se trivial se todas as suas fórmulas forem teoremas; se isto não ocorrer, denomina-se não-trivial (Da Costa, 1994, p. 147).

Neste sentido, se uma teoria T permite que ambas p e $\neg p$ sejam provadas, T é considerada inconsistente. Por outro lado, T é considerada consistente se não contiver ambas p e $\neg p$. Em termos clássicos, significa que T não contém contradições. No entanto, se em T tivermos $(p \wedge \neg p) \rightarrow r$, significa que a teoria é trivial. Neste contexto, Carnielli & Marcos (2002, p. 33) apontam que a trivialidade evita-se por meio da rejeição de A_{ce}, evitando a banalização de teorias inconsistentes. Desta forma,

> Resta, unicamente, indagar se do ponto de vista técnico, as teorias inconsistentes possuem alguma relevância. Encontra-se incluída neste problema, entre outras, a questão de se saber quais as modificações que devem ser feitas na estrutura 'lógica' de semelhantes teorias. [...] Por ora, quizemos salientar, apenas, a possibilidade de se investigar linguagens objeto inconsistentes em pé de igualdade com as outras, e que, sintática e semânticamente, as teorias inconsistentes são tão lícitas quanto as consistentes (Da Costa, 1958, p. 8).

Ao reconhecer a legitimidade das linguagens inconsistentes, da Costa abre espaço para o desenvolvimento de sistemas lógicos que podem lidar com situações em que contradições aparentes estão presentes. Ele argumenta que é válido e útil estudar linguagens que permitem contradições em pé de igualdade com aquelas que não o fazem. Isso representa um avanço significativo.

Ao derrogar A_{ce}, torna-se necessário procurar pelo menos outro princípio que lida com o domínio das contradições. A lógica paraconsistente de Da Costa (1993, p. 20) avança algumas condições para evitar a trivialidade, nomeadamente:

i) O princípio $p \wedge \neg p$ não é universalmente válido.
ii) A partir de $p \wedge \neg p$ não é possível deduzir qualquer proposição.
iii) Todos os esquemas e regras da lógica clássica que são compatíveis com essas duas condições devem, em princípio, ser mantidos.

Além disso, Da Costa (1974, p. 497) extende A_t (discutido em §2.1. desta dissertação) a partir da negação de contradições triviais. A extensão de A_t feita por Da Costa postula o seguinte (A_{t2}): "do ponto de vista sintático e semântico, qualquer teoria é admissível, desde que não seja trivial" (Da Costa, 1993, p, 20). Assim, a escolha dos postulados que definem e estruturam as disciplinas matemáticas é completamente livre. O cerne não reside nos postulados e nas suposições iniciais, mas sim nas afirmações de que tais suposições implicam certas consequências não triviais.

A_{t2}, Juntamente com as condições avançadas por Da Costa neste ponto, permitem o surgimento da lógica paraconsistente. Do ponto de vista matemático, uma teoria, como a lógica paraconsistente, depende de seu aparato dedutivo, e não de suposições metodológicas prévias às teorias, como a exigência de que elas sejam consistentes. Tais pressupostos estão em grande parte ligados à lógica subjacente e não representam, à primeira vista, leis gerais às quais todo o sistema teórico deve se submeter em princípio (Da Costa, 1993, p. 21).

De acordo com Da Costa (1994, p. 151), a abordagem paraconsistente suscita algumas questões, tais como:

- ❖ Será que o universo é consistente?
- ❖ A lógica dispõe de meios para provar a existência de contradições reais ou estas, caso existam, só se estabelecem por via da experiência?
- ❖ Será possível o conhecimento, caso o mundo seja contraditório?

Ainda não se sabe se o universo é consistente ou não, pois não se pode determinar unicamente pela lógica se há contradições reais no mundo – apenas a experiência, através do método científico, pode confirmar ou refutar isso. O conhecimento é possível mesmo em um universo inconsistente, pois no contexto da lógica paraconsistente (Da Costa, 1994, p. 222).

A lógica paraconsistente não deve ser vista como sendo aquela que procura eliminar, na sua totalidade, o axioma A_{ce}; pelo contrário deve ser vista, em certo sentido, como sendo complemento da lógica clássica. Vejam-se alguns dos principais objectivos da lógica paraconsistente de Newton da Costa:

- aprofundar o conhecimento das leis da lógica clássica, comparando-as com a evolução da geometria;
- explorar a viabilidade de teorias inconsistentes, mas não triviais;
- contribuir para organizar e revisar teorias antigas e novas que contenham contradições;
- promover uma compreensão mais precisa dos conceitos de negação e contradição, destacando o papel da lógica paraconsistente em desmistificar e acalmar temores sobre a contradição.

Além dos pontos acima, a lógica paraconsistente viabiliza a exploração plena do princípio da compreensão na teoria dos conjuntos (Carnielli & Octaviamno, 2002, p. vii).

Em termos históricos, na lógica, a paraconsistência é introduzida por Lukasiewicz e Vasil'ev. No entanto, os pioneiros na construção de sistemas formais de lógica paraconsistente são Jaskowski e da Costa (Carnielli & Octaviano, 2002, p. vii).

§3.2. **Princípio de não trivialidade**

O primeiro princípio da lógica paraconsistente é o princípio da não trivialidade, mas para se chegar a ele é preciso partir de A_{ce}, pois o princípio da não trivialidade é a negação de A_{ce} (Carnielli & Marcos, 2002, p. 4). Neste contexto, tem-se ($A_{\text{Ŧ}}$):

$$\neg((p \land \neg p) \to r)$$

que representa essa negação – princípio da não trivialidade.

$A_{\text{Ŧ}}$ está intimamente ligado ao conceito de não explosão, pois uma teoria T não explosiva também não é trivial. Isso significa que, se T for considerada trivial, ela não será válida no contexto da lógica paraconsistente. Nesta perspectiva, uma T paraconsistentemente válida implica que $T \ni A_{\text{Ŧ}}$. Ademais,

> (...) se for descoberto que um sistema axiomático-dedutivo contém uma contradição, então, (...) verifica-se que qualquer proposição pode ser deduzida. (...). Nesse caso, o sistema dedutivo perderia toda a utilidade porque seria “trivial”, na medida em que dele se poderia deduzir toda fórmula bem formada, sem que nenhuma delas pudesse ser excluída; Ou seja, o conjunto de afirmações dedutíveis do sistema seria equivalente ao conjunto de fórmulas bem formadas do referido sistema. Isso pode

> ser explicado dizendo que, de uma contradição em um sistema, pode-se deduzir tudo o que nele seria dizível, com o qual o sistema afirmaria todas as proposições possíveis e, ao não excluir nenhuma, não forneceria nenhuma informação. Afirmar tudo faz com que as regras de dedução percam completamente o interesse, pois geralmente procuram garantir que, através de inferências válidas, apenas certas proposições são dedutíveis na medida em que são verdadeiras, aspirando também que todas as verdadeiras sejam dedutíveis...[****] (Miserda, 1996, P. 66).

Quando uma contradição é descoberta, todas as proposições se tornam dedutíveis do sistema, o que resulta em uma perda de utilidade desse sistema. Isso ocorre porque o sistema se torna trivial, uma vez que todas as fórmulas bem formadas podem ser deduzidas sem excepção. Essencialmente, o sistema passa a afirmar todas as proposições possíveis, não fornecendo nenhuma informação útil. A existência de uma contradição faz com que as regras de dedução percam seu valor, pois essas regras normalmente buscam garantir que apenas proposições válidas sejam dedutíveis de forma válida, sem permitir que todas as proposições sejam deduzidas indiscriminadamente. Assim, a presença de uma contradição compromete a capacidade do sistema de distinguir entre proposições válidas e não válidas, colocando em causa a sua utilidade.

No contexto da lógica clássica, todas as contradições são triviais, ou seja, na visão de Varela (2010, p. 189):

$$Contradição\ =\ Trivialização$$

Da Costa (1993, p. 3), na introdução de "Sistemas Formais Inconsistentes", sustenta que tudo aquilo que é trivial não tem interesse lógico-matemático; em virtude disso, em uma lógica paraconsistente, a presença de contradições não é necessariamente um problema insuperável, desde que essas contradições não sejam triviais. Isto é, se uma contradição é trivial, ela pode levar a resultados ilógicos e não informativos, o que é inaceitável em qualquer sistema formal. No entanto, se uma contradição não é trivial, ela pode ser útil e informativa, pois pode reflectir a presença de informações conflitantes ou paradoxais no mundo real.

Assim, na lógica paraconsistente, a trivialidade é vista como uma ameaça à consistência e à utilidade do sistema formal, enquanto a não trivialidade é vista como uma fonte potencial de informações valiosas e interessantes. A distinção entre contradições triviais e não triviais é,

[****] Tradução nossa.

portanto, um elemento importante na abordagem paraconsistente da lógica, ajudando a separar informações úteis de informações inúteis e a fornecer ferramentas para lidar com a complexidade e a incerteza.

§3.3. **Aplicações da lógica paraconsistente**

Segundo Da Costa e Abe (2000, p. 163) apesar de ter sido inicialmente desenvolvida a partir de uma perspectiva puramente teórica, a lógica paraconsistente demonstrou, nos últimos anos, uma aplicação extremamente fecunda na ciência da computação, destacando sua utilidade tanto em termos práticos quanto tecnológicos.

A lógica paraconsistente pode ser e tem sido aplicada também em áreas como o Direito e a Ética.

No campo do Direito, a lógica paraconsistente é útil para lidar com casos jurídicos complexos nos quais as evidências podem ser contraditórias ou incompletas. Por exemplo, em um julgamento, pode haver testemunhas que apresentem versões diferentes dos eventos. A lógica paraconsistente permite que o sistema jurídico leve em consideração todas as informações disponíveis, mesmo que algumas sejam contraditórias, evitando assim decisões injustas (Cf. Godoy,2009, p. 61).

Na Ética, a lógica paraconsistente é aplicada para lidar com dilemas éticos nos quais diferentes princípios éticos entram em conflito. Por exemplo, em questões de bioética, pode haver situações em que a preservação da vida entra em conflito com o respeito à autonomia do paciente. A lógica paraconsistente permite que os éticos ponderem e avaliem esses conflitos de maneira mais robusta, considerando todas as possíveis perspectivas e nuances, sem descartar automaticamente informações contraditórias (Cf. Weber, 2007, p. 47).

§3.4. **Crítica à lógica paraconsistente**

A lógica paraconsistente, como toda e qualquer teoria, tem sido alvo de críticas. Uma crítica que é muito famosa é a crítica feita por B. H. Slater:

> Se chamássemos o que agora é "vermelho" de "azul", e vice-versa, isso mostraria que as caixas de correio são azuis e o mar é vermelho? Certamente, os factos não mudariam, apenas o modo de expressão deles. Da mesma forma, se chamássemos "subcontrários" de "contraditórios", isso mostraria que "não é vermelho" e "não é azul" são contraditórios? Certamente, o mesmo ponto se aplica. E esse ponto mostra que não há "lógica paraconsistente" (Slater, 1995, p. 451).

A crítica de Slater reside no questionamento em torno da existência ou não da lógica paraconsistente, uma vez que, para ele, há dúvidas de que as negações paraconsistentes sejam de facto negações. Numa visão inadvertida, de acordo com Béziau (2006, p. 17), a crítica feita por Slater pode parecer justa e assim determinar a morte da lógica paraconsistente, porém a questão que se coloca é a seguinte: o que é uma negação? Para responder a esta questão recorre-se a duas posições – a clássica e a paraconsistente, que são caracterizadas por definir a negação sob o ponto de vista sintático ou semântico, a saber:

> Clássica: Um conectivo lógico é uma negação sse satisfaz os postulados sintáticos da negação clássica e seu comportamento semântico é de um operador de contradição. Paraconsistente: Um conectivo lógico é uma negação sse satisfaz os postulados sintáticos da negação paraconsistente e seu comportamento semântico é de um operador de subcontrariedade (Gracher, 2020, p. 188).

A primeira definição significa que a negação clássica segue os princípios da lógica clássica, onde sua presença implica directamente na contradição da proposição negada. Ao passo que a negação paraconsistente difere da clássica, pois sua semântica permite que uma proposição e sua negação sejam ambas válidas em certos contextos, sem levar necessariamente a uma contradição lógica. Essa característica é conhecida como subcontrariedade.

Béziau (2006, p. 16) argumenta que a posição de Slater é insuficiente para derrubar a lógica paraconsistente dado que se qualquer operador que satisfaça as condições dos postulados de um determinado sistema constitui uma negação, então a negação paraconsistente constitui igualmente uma negação. Ou seja, a afirmacão segundo a qual uma negação não é uma negação porque não é uma relação formadora de contradição é o mesmo que dizer que uma negação não se enquadra na definição de negação clássica, pois somente a negação clássica tem essa característica. Fazer a afirmação de que apenas a negação clássica é uma negação e consequentemente negar que as negações paraconsistentes sejam negações é meramente fazer uma declaração tautológica sem embasamento filosófico. Neste sentido, a critica feita por Slater é infundada.

CAPÍTULO IV – CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA FORMAL PARACONSISTENTE

Existem diversos sistemas lógicos paraconsistentes, cada um construído tendo em vista objectivos específicos. Neste capítulo é construído um sistema axiomático paraconsistente, denotado pelo símbolo Ł, com o objectivo de demonstrar, de forma elementar, porém prática, alguns dos procedimentos de raciocínio paraconsistente dentro de um sistema lógico.

§4.1. **Linguagem** Ł

Denotemos por Ł o nosso sistema axiomático de lógica proposicional paraconsistente. As proposições são denotadas pelos símbolos p, q, r, s. Cada variável proposicional representa uma sentença que pode ser válida, inválida ou ambas ou indeterminada (contraditória). Os conectores lógicos usados são ∧ conjunção, ∨ disjunção inclusiva, ¬ negação, → implicação, ↔ equivalência. Adicionalmente, introduzimos um símbolo para representar inconsistência, denotado por ⊥. Parênteses são usados para agrupar expressões e determinar a ordem de precedência dos operadores.

Com estes símbolos, fórmulas bem formadas (fbf) podem ser construídas obedecendo às seguintes regras:

- Toda variável proposicional é uma fbf.
- Se p é uma fbf, então $\neg p$ também é uma fbf.
- Se p e q são fbfs, então $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, e $(p \rightarrow q)$, também são fbfs.

§4.2. **Axiomas**

Em Ł, será usado apenas o axioma de não-trivialidade, que se exprime da seguinte maneira*:*

Existe pelo menos uma proposição que não pode ser provada e sua negação não pode ser provada

$$(\neg\neg p \nvDash p) \wedge (p \nvDash \neg p).^{††††}$$

†††† Garante que o sistema não se torne trivial devido a contradições.

Em Ł não é válido o princípio clássico da contradição.

§4.3. **Regras de inferência**

As seguintes regras de inferência são usadas em Ł:

- De $p \to q$ e p, infere-se p. (Modus Ponens – MP).
- De $p \wedge q$, infere-se p e q. (Eliminação da Conjunção – EC).
- De $\neg p$, infere-se $p \vee q$. (Introdução da Disjunção – ID). Esta regra é crucial para a paraconsistência, uma vez que permite a exploração de possibilidades alternativas (representadas por q) mesmo quando não se pode provar p.
- De $p \vee q$, $p \to r$, e $q \to s$, infere-se $r \vee s$. (Eliminação da Disjunção – ED).

§4.4. **Semântica**

Um modelo para o sistema Ł é um par (m, φ), onde:

- m é um conjunto não-vazio (chamado de universo).
- φ é uma função que mapeia cada variável proposicional p em um subconjunto de m (chamado de valor de p).

Uma variável proposicional p é válida em um modelo m se e somente se $\varphi(p)$ não for vazio.[‡‡‡‡]

Os conectivos são válidos sob as seguintes condições:

- $p \wedge q$ é válida em m se e somente se p e q são válidos em m.
- $p \vee q$ é válida em m se e somente se p ou q é válido em m.

[‡‡‡‡] Isso impede que as contradições tornem todo o sistema sem sentido.

- $p \to q$ é válida em m se e somente se, para todo x em m, se x está em $\varphi(p)$, então x está em $\varphi(q)$.[§§§§]
- $\neg p$ é válida em m se e somente se em m não se pode provar p. Ou seja, $\neg p$ é interpretado como "o sistema não pode provar p". Isso não significa necessariamente que p seja inválido, mas que seu valor é indeterminado ou inacessível com base no conhecimento actual.
- $\perp$ é válida em m se e somente se o universo m for vazio.

Uma fórmula f é válida no sistema Ł se e somente se f é válida em todos os modelos para Ł.

§4.5. **Deduções**

Demonstremos algumas deduções paraconsistentes que podem ser feitas em Ł:

Teorema 1. *Silogismo Disjuntivo Fraco*

$$(p \vee q) \wedge (p \to r)$$

$$r \vee q$$

Então r.

Prova 1:

Passo 1. A partir de $(p \vee q) \wedge (p \to r)$ usamos a ED para obter $r \vee q$.

Passo 2. Dada a natureza paraconsistente do sistema, tanto p quanto $\neg p$ podem ser válidos simultaneamente, então se r é derivado de p, continua válido mesmo que q seja válido. Portanto, r é válido.

[§§§§] A implicação é definida de modo que se A é válido ($\varphi(A)$ não é vazio), então B também deve ser válido, permitindo que o *modus ponens* funcione mesmo com contradições. Se A é provado válido e A implica B, então, independentemente de quaisquer contradições em torno de A, B ainda deve ser válido.

Teorema 2. *Modus Ponens Paraconsistente (PMP)*

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$$

Então q.

Prova 2:

Esta é uma aplicação directa do MP da lógica clássica, que continua válido na lógica paraconsistente, pois as contradições não levam à explosão.

Teorema 3. *Silogismo Conjuntivo Paraconsistente (SCP)*

$$(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow r),$$

$$r \wedge q$$

Então r.

Prova 3:

Passo 1. De $(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow r)$, usamos a EC para derivar p. Este passo é válido independentemente de quaisquer contradições presentes em p ou q.

Passo 2. Aplicando o MP a p e $p \rightarrow r$, obtemos r. A validade deste passo permanece, por mais que p contenha uma contradição, conquanto que q não seja afectado pela contradição.

Passo 3. Como $r \wedge q$ implica r, r é válido mesmo na presença de q (sendo q contraditório ou não).

Teorema 4. *Dilema Construtivo Paraconsistente (DCP)*

$$((p \to q) \land (r \to s)) \land (p \lor r),$$

Segue-se $q \lor s$,

Então q ou s.

Prova:

Passo 1. De $((p \to q) \land (r \to s)) \land (p \lor r)$ usamos a ED para obter $q \lor s$.

Passo 2. Dada a natureza paraconsistente do sistema, se p implica q e r implica s, então ou q ou s deve ser válido, independentemente da validade ou invalidade de p ou r.

§4.6. **Outros raciocínios**

Raciocínio.

$p \land (\neg p)$ (p é simultaneamente válido e inválido)

$p \to q$ (Se p é válido, então q é válido)

Então q (é válido)

Explicação.

Aqui foi usado o MP para inferir q a partir de $p \to q$ e p (da conjunção com a sua negação).

Mesmo que p seja tanto válido quanto inválido, a regra de MP ainda é válida porque ela apenas exige que p seja válido, o que é o caso neste exemplo.

§4.7. **Prova da Completude de Ł**

Definições:

Df 1. Uma fórmula é uma linha finita de símbolos de Ł bem formada de acordo com as regras estabelecidas em Ł.

Df 2. Uma sentença é uma fórmula sem variáveis livres.

Df 3. Uma teoria é um conjunto de sentenças interconectadas.

Df 4. Um modelo é uma função n que mapeia cada sentença p para um valor válido ou inválido.

Df 4. Uma sentença p é válida em um modelo n se $\mathrm{n}(p)$ for válida.

Df 5. Uma sentença p é satisfatível se existe um modelo n tal que $\mathrm{n}(p)$ for válida.

Df 6. Uma sentença q é uma consequência de uma teoria T se para todo modelo n tal que para toda sentença p em T, $\mathrm{n}(p)$ for válido, então $\mathrm{n}(q)$ também será válido.

Teorema da Completude de Ł: Uma sentença p é uma consequência de uma teoria T se e somente se p é derivável de T no sistema Ł.

Prova:

Direcção (⇒): Se p é uma consequência de T, então para todo modelo M tal que para toda p em T, M(p) for válido, então p também é válida no universo do modelo M. Podemos construir o modelo M da seguinte maneira:

i. O universo de M é o conjunto de todas as derivadas de T.
ii. Para cada sentença p, M(p) é válido se e somente se p é uma derivada de T.
iii. Portanto, pela *Df 6.*, p é uma consequência de T.

Direção (⇐): Se p é derivável de T no sistema Ł, podemos construir uma prova de p a partir de T. Essa prova pode ser vista como um conjunto finito de sentenças, onde cada sentença é um axioma de Ł, uma sentença de T, ou é derivada de outras sentenças na prova usando as regras de inferência de Ł.

Agora, o modelo M é construído da seguinte maneira:

- O universo de M é o conjunto de todas as sentenças na prova.
- Para cada sentença p, M(p) é válido se e somente se p aparece na prova.
- Este modelo M satisfaz todas as condições de um modelo. Em particular, para toda p em T, M(p) é válido porque p aparece na prova (já que T é um subconjunto da prova).
- Ademais, para toda regra de inferência usada na prova, a validade da regra no modelo M é garantida pelas propriedades da semântica de Ł (ver §4.4.).
- Portanto, pela *Df 4.*, p é válida no modelo M.
- Como M foi construído a partir da prova de p a partir de T, podemos concluir que p é uma consequência de T.

Corolário

O sistema Ł é completo, no sentido de que toda sentença válida é derivável.

§4.8. **Síntese**

Os resultados de §4.4. e §4.5. demonstram como deduções podem ser feitas dentro de um sistema axiomático de lógica proposicional paraconsistente, mesmo na presença de contradições. Também, destacam a capacidade do sistema de raciocinar efectivamente sem sucumbir ao princípio da explosão.

CAPÍTULO V – IMPLICAÕES FILOSÓFICAS DA LÓGICA PARACONSISTENTE DE NEWTON DA COSTA

A admissão de contradições em raciocínios válidos está envolvida em grandes debates que remontam a antiguidade grega, onde se considerava impossível a realidade objectiva de contradições. O presente capítulo destina-se a trazer as implicações filosóficas da lógica paraconsistente, explorando as ramificações e consequências dessa abordagem para o pensamento filosófico em geral.

§5.1. **Linhas gerais**

A implementação da lógica paraconsistente traz consigo várias implicações filosóficas significativas, tais como a tolerância à contradição, a compreensão de teorias que inserem inconsistências, a reformulação dos conceitos de negação e existência, o questionamento da noção de racionalidade e a rejeição das chamadas "verdades absolutas". Ao aceitar a possibilidade de contradições, a filosofia se abre para uma compreensão mais ampla e flexível dos fenômenos e das ideias. Isso permite uma abordagem menos rígida e dogmática, incentivando a exploração de perspectivas diversas e complexas.

A reformulação dos conceitos de negação e existência, ou seja, questionar e redefinir o que significa negar algo e o que significa algo existir, permite que a filosofia desafie as noções tradicionais sobre o que pode ou não pode ser verdadeiro, real ou irreal. Isso leva a uma reflexão mais profunda sobre a natureza da realidade e da linguagem, pois força os filósofos a considerar novas maneiras de entender o mundo e a comunicação. Ao questionar a noção fundamental da filosofia, como racionalidade, não apenas desafia as suposições tradicionais que foram historicamente aceitas, mas também promove uma revisão contínua das estruturas conceituais que servem como base para a filosofia. Essa revisão contínua das estruturas conceituais impulsiona o progresso filosófico, pois abre espaço para novas formas de pensar e investigar. Neste sentido, os filósofos podem descobrir novas perspectivas e abordagens que antes não eram consideradas possíveis.

De um modo geral, as implicações supracitadas ampliam o alcance da investigação filosófica, dado que encorajam a exploração de novos territórios intelectuais e contribuem para uma abordagem mais dinâmica, crítica e inclusiva dentro da disciplina filosófica.

§5.2. **Tolerância à Contradição**

A filosofia, como disciplina que busca compreender a natureza da realidade, da existência e do conhecimento, frequentemente se depara com paradoxos e contradições que desafiam as estruturas lógicas tradicionais. Além disso, ao longo do desenvolvimento filosófico, encontram-se filósofos, tais como Hegel (1995, 112), Marx e Engels (2001, p. 23), Graham Priest, (2004, p. 6) entre outros, empenhados na difícil tarefa de buscar argumentos que pudessem legitimar a existência de contradições reais. Nesta perspectiva, tais filósofos estão no grupo dos que toleram a contradição.

Tolerar uma contradição significa aceitar ou estar disposto a lidar com a presença de afirmações, ideias, proposições que sejam mutuamente incompatíveis ou opostas dentro de um determinado contexto ou sistema. Neste sentido, com a lógica paraconsistente torna-se possível tolerar as contradições dentro das várias áreas da Filosofia, dado que muitos problemas filosóficos envolvem paradoxos aparentes.

Tolerar contradições ou inconsistências implica reconsiderar aquelas teorias e aqueles sistemas que foram descartados por inserirem contradições, reavaliando tais teorias, uma vez que é comum, no contexto da lógica clássica, rejeitar teorias ou sistemas por não se encaixarem perfeitamente em estruturas lógicas clássicas, como por exemplo, por infringir a Lei da Não Contradição. Desta forma, a lógica paraconsistente possibilita uma nova abordagem para essas teorias, reconhecendo que podem conter aspectos válidos mesmo em meio a aparentes contradições, pois, como afirma Da Costa "do ponto de vista sintático-semântico, toda teoria matemática é admissível, a menos que seja trivial." (Carnielli, 2002, p. 465).

A tolerância às inconsistências está intrinsecamente ligada à liberdade dentro do âmbito da ciência e da filosofia. Ao contrário da religião, que muitas vezes é caracterizada por dogmas inflexíveis, tanto a ciência quanto a filosofia são empreendimentos essencialmente livres. Isso significa que estão abertos à revisão, ao questionamento e à mudança, reflectindo uma dinâmica que promove o progresso do conhecimento, como diz Cantor, em um dos seus cadernos “a essência da matemática se predica na sua liberdade”, analogamente, a qualidade da ciência e da filosofia é ser livre, o que não significa estar isento de regras.

§5.3. **Compreensão de teorias inconsistentes**

As teorias que inserem contradições são descartadas na lógica clássica, pois não obedecem aos seus princípios basilares, por isso, a lógica paraconsistente vem viabilizar uma compreensão mais abrangente das teorias passadas, presentes e futuras que incorporam contradições, ou seja, vem permitir o resgate e não o afastamento das teorias que inserem contradições.

O temor dos lógicos clássicos pelas contradições contribui para a eliminação das mesmas, ou seja, diante das contradições os clássicos procuram evitá-las a todo o custo. A título de exemplo tem-se o paradoxo de Russell que foi descoberto a partir da teoria de Gottlob Frege. Russell percebeu que o sistema de Frege, especificamente o axioma da extensão, levava a uma contradição. Esse axioma afirma que duas expressões designando o mesmo objecto tem a mesma extensão, que foi formulado da seguinte maneira: “o conjunto de todos os conjuntos que não são membros de si mesmos”. Se esse conjunto pertence a si mesmo, então não deve pertencer a si mesmo, levando a uma contradição. Neste cotexto, Frege ficou devastado e reconheceu a “falha” em seu sistema em resposta à carta de Russell e tentou corrigi-lo, mas sem sucesso completo (Kneale & Kneale, 1980, p. 660).

A atitude de Frege de ficar preocupado em receber a notícia de que a sua teoria contem inconsistências é um exemplo que mostra claramente o temor dos lógicos, cientistas ou filósofos perante as contradições. Outro exemplo diz respeito à tentativa de evitar as contradições por meio da teoria dos tipos proposta por Russell e da axiomatização proposta por Zermelo-Fraenkel. Neste sentindo, isso mostra que “evitar contradições, a todo o custo, sempre foi o maior desejo de qualquer teórico” (Krause, 2004, p. 70).

Vickers sustenta que (2013, p. 6) existem duas questões fundamentais que tem atravessado décadas, a saber: i) ao se depararem com uma teoria inconsistente, o que os cientistas fazem? E ii) diante de uma teoria inconsistente, qual deveria ser a atitude dos cientistas? A resposta a estas duas questões vai depender do contexto, ou seja, da lógica subjacente à consciência de quem as responde. Desta forma, Karl Popper, adepto da lógica clássica, responde a essas perguntas da seguinte maneira:

> Se aceitássemos as contradições, então teríamos que abandonar qualquer tipo de actividade científica: isso significaria um colapso completo da ciência. Isto pode ser demonstrado provando que se duas afirmações contraditórias são admitidas, qualquer afirmação deve ser admitida; pois a partir de algumas afirmações contraditórias qualquer afirmação pode ser validamente inferida. . ..Uma teoria que envolve uma contradição é, portanto, inteiramente inútil como teoria (Popper *apud* Vickers, 2013, p.6).

O autor, sob a esteira da lógica clássica, destaca que a capacidade de inferir qualquer afirmação a partir de contradições cria um problema fundamental, pois torna todas as teorias que envolvem contradições completamente inúteis. Isso porque, em uma teoria onde contradições são aceitas, qualquer afirmação pode ser deduzida, o que mina a capacidade da teoria de fornecer explicações coerentes e úteis sobre o mundo.

Em contrapartida, um defensor da lógica paraconsistente abordaria essas questões de forma diferente da dos defensores da lógica clássica, respondendo da seguinte maneira: ao se depararem com uma teoria inconsistente, os cientistas podem investigá-la, identificar as partes consistentes e úteis, enquanto trabalham para lidar com as partes inconsistentes, pois uma inconsistência dentro da teoria não significa necessariamente uma trivialidade, portanto, os cientistas, assim como os filósofos adoptariam uma postura mais aberta tolerando as inconsistências, dado que toda a teoria pode ser admissível.

§5.4. **Reformulação dos conceitos de "negação" e "existência"**

A reformulação dos conceitos de "negação" e "existência"dentro da filosofia é uma outra consequência a ser considerada no prisma da implementação da lógica paraconsistente. Neste contexto, a lógica paraconsistente desafia os pressupostos clássicos sobre como se entende a negação e a existência em relação às proposições lógicas e aos objectos do mundo. Por via disso, na lógica clássica, a negação é tradicionalmente entendida como implicando a inexistência daquilo que é negado. Em contrapartida, em sistemas de lógica paraconsistente, a negação pode ser menos rígida, pois "… o mundo em que pode haver verdades contraditórias exige um tipo de negação diferente da negação clássica...”[*****] (Quesada, 1982, p. 81). No entanto, isso significa que, em alguns casos, uma proposição e sua negação podem ser ambas válidas ou ambas inválidas. Essa compreensão coloca em causa a ideia de que a negação necessariamente implica a inexistência daquilo que é negado.

A maneira paraconsistente de considerar a negação, contribui para que se questione acerca do que realmente significa dizer que uma proposição é válida (verdadeira). Por via disso, a possibilidade de uma proposição e sua negação serem ambas válidas faz questionar a natureza da contradição. Enquanto na lógica clássica a contradição é considerada uma falha lógica, na lógica paraconsistente argumenta-se que a contradição pode existir em certos contextos sem levar a um colapso completo do sistema lógico. Portanto, a reformulação paraconsistente do conceito de negação contribui significativamente para a filosofia, na medida em que auxilia na verificação mais miticulosa das teorias, ou seja, muitos problemas filosóficos e paradoxos clássicos envolvem a negação de afirmações que, de outra forma, seriam válidas.

No contexto da lógica dos predicados (da lógica clássica) a existência é definida em termos quantitativos. Neste contexto, tem-se três denominações para existência, nomeadamente: quantificação existencial (expressa que algo existe ou que há pelo menos um objecto que satisfaz uma certa condição, simbolicamente, $\exists x\, P(x)$); quantificação universal (é usado para expressar que uma certa propriedade é válida para todos os elementos de um conjunto específico: $\forall x\ (x \in Q \to P(x))$); e quantificação singular (expressa a existência de um único objecto que satisfaz uma determinada propriedade: $\exists x(x \in D \wedge P(x) \wedge \forall y(y \in D \wedge P(y) \to y = x))$). (Quine, 1969, p. 68).

A existência é tida igualmente de maneira diferente da clássica. Da Costa (1959, p. 17) em seu artigo intitulado, “*Observações sobre o conceito de existência em matemática*” analisa duas concepções divergentes sobre o conceito de “existência dos objectos matemáticos”. A saber: a primeira concepção deriva de Hilbert que associa a existência à compatibilidade, ou seja, ou seja, sugere que algo é considerado existente se for compatível com as condições estabelecidas. Nesse contexto, “compatibilidade” refere-se à capacidade de algo existir de acordo com determinados

[*****] Tradução nossa.

critérios, como consistência lógica, ausência de contradições ou conformidade com um conjunto específico de princípios ou regras.

Ao contrário de Hilbert, há uma segunda concepção que Da Costa apresenta, que é a de Brower, segundo a qual a existência é uma construção, ou de outro modo, a existência de objectos ou entidades matemáticas depende da percepção, interpretação e representação do matemático. No entanto, ao se afirmar a existência do objecto x, de acordo com o intuicionista Brower, se estará a dizer que o objecto x é construído. Esta definição da existência é feita do ponto de vista sintático e semântico (Cf. Matos, 2012, p. 29).

Segundo Da Costa (1959, p. 18) a existência não depende nem da ausência de contradições e nem da construção subjectiva, depende da não trivialidade, ou seja, no contexto da lógica e da matemática, "existe aquilo que não for trivial". Desta forma, o autor conduz o debate em torno da existência dentro do prisma paraconsistente.

A lógica paraconsistente reformulando os conceitos de negação e existência, enriquece a compreensão que se tem em torno desses termos dentro do contexto da ciência e da filosofia.

§5.5. **Questionamento da noção de 'racionalidade'**

Na tradição clássica, ao se discutir sobre a racionalidade ou consistência em um pensamento, teoria ou sistema, refere-se a uma abordagem que se baseia na coerência, fundamentada nos princípios de não-contradição, terceiro excluído e identidade. Estes princípios são considerados fundamentais para avaliar a racionalidade de uma teoria. Qualquer pensamento que não siga esses princípios é considerado inconsistente e até mesmo irracional. Essa concepção de racionalidade leva ao descarte de muitas teorias e sistemas, dado que a presença de contradições em teorias, sistemas matemáticos ou mesmo no discurso cotidiano sempre foi interpretada como um sinal de erro, ou seja, a noção de racionalidade, embora complexa de explicar, parece exigir a ausência de contradição. A ideia comum é que alguém que se contradiz não pode ser considerado "racional" (Cf. Krause, 2004, p. 73).

A lógica paraconsistente questiona essa noção clássica de racionalidade afirmando que:

> … [há] três caracteres da racionalidade científica, (…). Em primeiro lugar, ela é histórica: o que hoje é racional aceitar, amanhã talvez não o seja. A razão e a racionalidade (científica) se organizam na medida em que sua história se desenrola. Sem se invocar doutrinas especulativas, não se pode transcender, por completo, a historicidade da razão. Em segundo lugar, a postura racional continuamente questiona os resultados a que chega, resultados esses às vezes conseguidos a duras penas, como os próprios postulados que regulam sua ação; noutras palavras, ela é dialética: dialetizar suas conquistas e seus princípios, eis um dos traços marcantes da razão, quando cientificamente orientada. Finalmente, na história da razão se depara, com toda clareza, com determinado progresso. Essa história não é apenas encadeamento de fatos, mas sucessão de etapas, cada uma das quais se afigura mais rica do que as precedentes, no sentido de que entendemos melhor os obstáculos que se opõem ao pensamento racional e as limitações e o sentido dos princípios que o regem. Isto quer dizer, simplesmente, que a razão não é estática e que na sua dinâmica se encontra o germe do aperfeiçoamento (Da Costa, 1994, p. 15).

Do trecho acima citado, pode-se perceber que a lógica paraconsistente questiona a concepção clássica de racionalidade ao afirmar que a racionalidade científica possui três características principais. É destacada a natureza histórica da racionalidade, indicando que o que é considerado racional hoje pode não ser visto da mesma forma no futuro, pois a razão se desenvolve ao longo da história. De seguida ressalta-se a postura dialéctica da racionalidade, que constantemente questiona seus próprios resultados e postulados, resultando em um processo contínuo de revisão e refinamento. Por fim, o trecho destaca o progresso na história da razão, evidenciando que não é apenas uma sequência de eventos, mas sim um avanço gradual que leva a uma compreensão mais profunda das limitações e dos princípios que regem o pensamento racional. Isso implica que a razão é dinâmica, e que seu desenvolvimento contínuo é fundamental para o aprimoramento do conhecimento humano.

A racionalidade, vista aos olhos da lógica paraconsistente permite uma compreensão mais sólida e menos limitada do pensamento racional, promovendo uma abordagem crítica e reflexiva na avaliação das teorias e sistemas filosóficos e contribuindo para o progresso do conhecimento nas suas várias nuances.

§5.5. **Rejeição de "verdades absolutas"**

A utilização dos princípios clássicos como base do pensamento ao longo de aproximadamente dois milênios sem um questionamento significativo, desenvolveu, de alguma maneira, a crença de que a lógica clássica era a única guardiã dos princípios reguladores do pensamento, sem reconhecer a existência de outros princípios relevantes além desses. Como resultado, qualquer pensamento que não estivesse em conformidade com os princípios clássicos era considerado como nulo e inválido. Porém as vicissitudes da vida e a constante emergência de contradições durante as investigações levaram à consciência da necessidade de questionar os fundamentos da lógica clássica. Isso ocorreu porque as soluções propostas pela lógica clássica para os problemas enfrentados, muitas vezes se mostravam insatisfatórias. Nem sempre evitar ou excluir um problema resulta em sua resolução efectiva. Às vezes, é necessário ir além e considerar outras alternativas que não envolvam simplesmente descartar o problema. Pois, querendo ou não,

> Existem teorias contraditórias. Quer isso seja uma consequência da descrição incorrecta de um mundo contraditório, ou apenas um estado temporário do nosso conhecimento, ou talvez o resultado de uma linguagem particular que escolhemos para descrever o mundo, de critérios observacionais conflitantes, ou de superposições de visões de mundo, contradições são aparentemente inevitáveis em nossas teorias (Carnielli, 2002, p. viii).

Ao longo da história da lógica e da matemática, a presença de paradoxos tem desafiado os alicerces do pensamento racional. Bertrand Russell e outros matemáticos ofereceram soluções como a teoria dos tipos e o axioma da separação para abordar esses paradoxos, estabelecendo uma hierarquia para os conjuntos e permitindo a definição de conjuntos com base em propriedades específicas. Essas contribuições foram cruciais para superar os desafios paradoxais e avançar no entendimento lógico e matemático. No entanto, mesmo com essas contribuições, percebeu-se a necessidade de encontrar outras alternativas para lidar com as contradições. No entanto a proposta da lógica paraconsistente não é evitar as contradições, mas sim criar princípios capazes de lidar com sistemas que incluem contradições em seu interior, pois as contradições sempre fizeram parte da evolução da lógica e da matemática e não parece plausível continuar procurando tentativas de contorná-las.

Essa abordagem mostra que o conhecimento evolui, como diz Kurt Gödel, num dos seus 14 princípios de sua filosofia, "a razão humana será desenvolvida em todas as direcções". Esse desenvolvimento da razão desafia a ideia de que existem "verdades absolutas", ou seja, a lógica clássica não pode ser vista como uma verdade definitiva e fixa, mas sim como um estágio do conhecimento que pode ser questionado e até mesmo superado.

A lógica clássica, que historicamente tem sido vista como uma verdade definitiva e fixa, é susceptível a questionamentos e revisões à medida que a razão evolui. Portanto, a lógica clássica não pode ser considerada como um estágio final ou absoluto do conhecimento, mas sim como um estágio intermediário que pode ser transcendido por abordagens mais avançadas e inclusivas, como por exemplo a lógica paraconsistente.

A abordagem mencionada, que destaca a evolução contínua do conhecimento e questiona a ideia de verdades absolutas, está relacionada à concepção de Karl Jaspers sobre o facto de que o homem é um ser de mutações contínuas e, por isso, como filósofo está sempre em um processo de estar a caminho, em vez de uma posse da verdade, ou seja,

> … o homem não pode ser concebido como um ser imutável, encarnando reiteradamente naquelas formas de ser. Longe disso, a essência do homem é mutação: o homem não pode permanecer como é. Seu ser social está em evolução constante. Contrariamente aos animais, ele não é um ser que se repete de geração para geração. Ultrapassa o estado que é dado a si mesmo. O homem nasce em condições novas (Jaspers, 1965, p. 47).

A citação acima deixa claro que se o homem que filosofa é um ser de mutações então, a sua filosofia, as suas teorias, os seus princípios, o seu conhecimento e tudo o que se possa imaginar, sofrerá também mutações. Não obstante, fica evidente que a filosofia não é um conjunto fixo de verdades absolutas, mas sim um processo de investigação e questionamento constante, um caminho em direcção ao entendimento mais profundo do mundo e de si mesmo. Em vez de procurar alcançar uma verdade definitiva e fixa, os filósofos estão sempre em movimento, explorando novas perspectivas.

O conhecimento tem uma natureza progressista. Portanto, a lógica paraconsistente vai além, reconhecendo a presença inevitável de contradições e propondo princípios para lidar com elas. Essa abordagem enfatiza a investigação constante em busca de um entendimento mais profundo. Assim, a evolução do homem, da filosofia e da razão desafiam a noção de verdades definitivas, demonstrando que o conhecimento está em constante desenvolvimento.

CONCLUSÃO

Em virtude da investigação feita em torno do tema "*Lógica Paraconsistente como Fundamento de Teorias e Sistemas Inconsistentes: uma reflexão à luz do pensamento de Newton da Costa*", pode-se concluir os seguintes pontos:

- os princípios da lógica clássica não são claros e nem evidentes, mesmo dentro da própria lógica clássica. Esse facto é comprovado através da divergência existente entre os seus defensores em torno do seu significado.
- O surgimento das lógicas não clássicas é um processo naturalmente lógico, além de algo extralógico movido por motivações meramente epistemológicas ou filosóficas, basta olhar-se para a lógica aplicada para concordar com a necessidade dessas lógicas não clássicas.
- A lógica paraconsistente é um tipo de lógica não clássica que serve de base apenas a teorias e sistemas inconsistentes não triviais, ou seja, a lógica paraconsistente lida mais, senão apenas, com situações que apresentam inconsistências.
- A lógica clássica, apesar de suas limitações, não foi eliminada pela lógica paraconsistente, pelo contrário, esta constitui uma extensão daquela.
- A implementação da lógica paraconsistente implica vários aspectos filosóficos, sobretudo o facto de que, em filosofia não há leis absolutas ou universais, mas sim mundivisões, perspectivas que podem e são aplicadas em diferentes contextos. E cada perspectiva tem uma razão de ser, assim como pretende responder a um determinado problema. Ou seja, o que é hoje, amanhã pode não ser. E o que se diz não ser, em um outro momento pode ser. Neste sentido, o conhecimento é dinâmico, flexível e progressivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **Do autor:**

Da Costa, N. C. A. (1958). *Nota sobre o conceito de contradição*. Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática 1 (2), 6-8.

___________. (1959). *Observaçoes sobre o conceito de existência em matemática*. Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática 2 (2), 16-19.

___________. (1974). *On the theory of inconsistent formal systems*. Journal of formal logic 15 (4), 497-510.

Rejane, C., & Da Costa, C. A. (1988). *Introdução à lógica elementar com o símbolo de Hilbert*. Porto Alegre: UFRGS.

____________.(1993). *Sistemas formais inconsistentes*. Curitiba: UFPR.

____________. (1994). *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. 2. ed., São Paulo: HUCITEC.

Da Costa, N. & Bueno, O. (1996). *Paraconsistent Logic*. Disponível em: https://plato.stanford.edu/entries/logic-paraconsistent.

Da Costa, N.C.A., Béziau, J. Y., Bueno, O. (1998). *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos.* Campinas: UNICAMP.

Da Costa, N.C.A. & Abe, J. M. (2000). *Paraconsistência em informática e inteligência artificial*. Estudos Avançados 14 (39), 161-174.

2. **De outros autores**

Abbagnano, N. (2007). *Dicionário de filosofia*. Trad. Ivone Castilho. São Paulo: Martins Fontes.

Agazzi. E. (2004). *Why Is It Logical to Admit Several Logics*? In: “Alternative Logics. Do Sciences Need Them?”. Paul Weingartner (Ed.). Berlin: Springer-Verlag.

Aristóteles. (1875). *Metafisica*. [s.l.]: Medina e Navarro.

__________. (2005). *Órganon*. Edson Bini (Trad.). São Paulo: Edipro.

Béziau, J.Y. (2002). *Are paraconsistent negations negations*? in: *Paraconsistency*: the logical way to the inconsistent. New York: Marcel Dekker.

Béziau, J-Y. (2006). *A survey of paraconsistent logics*. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/221202124_A_survey_of_paraconsistent_logics

Bochénsky. J. (1961). *A History of formal logic*. Ivo Thomas (Trans.). Notre Dame: University of Notre Dame Press.

Bolc, L., & Borowik, P. (1992). *Many-valued logics*: Theoretical foundations. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.

Boole, G. (1847). *The Mathematical Analysis of Logic*. Cambridge-London: Macmillan and George Bell.

Braddley, F. H. (1922). *Principles of logic*. Vol. I. 2nd ed., London: Oxford University Press.

Carnap, R. (1937). *Logical syntax of language*. Trad. Amethe Smeaton. London: Routledge.

__________. (1947). *Meaning and necessity*. Chicago: University of Chicago Press.

Carnielli, W. A., Corniglio, M. E., & D'Octavviano, I. M. L. (2002). *Paraconsistency*: the logical way to the inconsistent. New York: Marcel Dekker.

Carnielli, W.A, & Marcos, J. (2002). *A Taxonomy of C-Systems*. in *Paraconsistency*: the logical way to the inconsistent. New York: Marcel Dekker.

Carnielli, W., & Rodrigues, C.A. (2005). *Paraconsistency and duality*: between ontological and epistemological views. [s.l; s.n.].

De Morgan, A. (1847). *Formal logic*: Or, the calculus of inference, necessary and probable. London: Walton and Maberly.

____________. (1860). *Syllabus of a proposed system of logic*. London: Walton and Maberly.

Dilworth, C. (1988). *Identity, equality and equivalence*. *Dialectica*, 42(2), pp. 83-92.

Frege, G. (2018). *Conceitografia*: uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a da aritmética. Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte & Guilherme Wyllie (Trans.). Rio de Janeiro: UFRRJ.

Garanko, V. (2023). *Temporal logics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Godoy, S. G. (2009). *Estudos sobre a lógica paraconsistente e aplicações em direito.* (Dissertação de Mestrado). São Paulo: Universidade de São Paulo.

Gracher, K. G. C. (2020). *Três Vezes Não*: um estudo sobre as negações clássica, paraconsistente e paracompleta. Florianópolis: UFSC.

Grayling. A. C. (1990). *An introduction to philosophical logic*. London: Duckworth.

Hegel, G.W. F. (1992). *Fenomenologia do Espírito*. Trad. Paulo Meneses. Petrópolis: Vozes

_________. (1995). *Enciclopédia das ciências filosóficas em compêndio*. Paulo Meneses (Trad.). São Paulo: Loyola.

Hegenberg, L. (1995). *Dicionário de lógica*. São Paulo: EPU.

Hegenberg, L., Andrade, M. F., & Silva. (2005). *Novo dicionário de lógica*. 5. ed., Rio de Janeiro: Pós-Moderno.

Heraclitus. (2004). *The art and thought of Heraclitus*: An edition of the fragments with translation and commentary. Charles H. Kahn (Trans.). London-New York-Sydney: Cambridge University Press.

Jãsche. G. B. (1992). *Prefácio à lógica de Kant.* In: “Lógica”. Immanuel Kant (Aut.). Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro.

Jaspers, K. (1965). *Introdução ao pensamento filosófico*. São Paulo: Cultrix.

Kant. I. (1992). *Lectures on logic*. Michael Young (Ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Krause, D. (1993). *Sistemas formais inconsistentes*. in: Sistemas formais inconsistentes. Curitiba: UFPR.

________. (2004). *A Lógica Paraconsistente*. Scientific American Brasil, pp. 70-77.

Leibniz, G. W. V. (1918). *Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis*. In: "A Survey of Symbolic Logic". Clarence Irving Lewis (Auth.). Berkeley: University of California Press.

__________. (1996). *New essays on human understanding*. Peter Remnant & Jonathan Bennett (Trans.). Cambridge: Cambridge University Press.

Łukasieivicz, J. (1920). *On three-valued logic*. In: "Jan Łukasiewicz selected works". A. Heyting, A. Mostowski, A. Robinson, P. Suppes (Eds.). Amsterdan-London: North-Holland Publishing Company.

__________. (1930). *Philosophical remarks on many-valued systems of propositional logic*. In: "Jan Łukasiewicz selected works". A. Heyting, A. Mostowski, A. Robinson, P. Suppes (Eds.). Amsterdan-London: North-Holland Publishing Company.

Malinowski, G. (1993). *Many-valued logics*. Oxford: Clarendon Press.

__________. (2007). *Many-valued logic and its philosophy*. In: "Handbook of the history of philosophy: The many valued and nonmonotonic turn in logic". D. Gabbay & John Woods (Eds.). Amsterdam-Boston-Heidelberg-London-New York-Oxford Paris-San Diego-San Francisco-Singapore-Sydney-Tokyo: North-Holland Publishing Company.

Marx, K., & Engels, F. (2001). *O Manifesto do Partido Comunista*. Porto Alegre: L&PM.

Mill, J. S. (1882). *A System of logic, ratiocinative and inductive, being a connected view of the principles of evidence, and the methods of scientific investigation*. 8th ed., New York: Harper & Brothers.

Miserda, A. B. (1996). *Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente*. Colombia: Colcultura.

Øhrstrom, P.; & Halse, P. (1995). *Temporal logics*: from ancient ideas to artificial intelligence. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers

Parmênides. (2000). *Da natureza*. José Trindade Santos (Trad.). Brasília: Thesaurus.

Priest, G., & Routley, R.; Norman, J. (1989). *Paraconsistent logic*: essays on the inconsistent. German: Philosophia.

Priest, G.; Beall, J. C.; & Armour-Garb, B. (2004). *The law of non-contradiction*. Oxford: Clarendon Press.

Priest. (2006). *In Contradiction*: a study of the transconsistent. 2nd edition. Oxford: Oxford Un Press.

_______ (2006). *Doubt truth to be a liar*. Oxford: Oxford Un. Press.

________. (2007). *Paraconsistency and Dialetheism*, in: D. Gabbay and J. Woods (eds.), Handbook of the History of Logic, Amsterdam: Elsevier.

Quesada, F. M. (1982). *La filosofía de la lógica de N.C.A. da Costa*. Revista Hispanoamericana de Filosofía, 14 (42), pp. 65-85.

Quine, W. v. O. (1969). *Mathematical Logic*. London: Harvard University Press.

Ramsey, F. (1999). *Facts and Propositions*. In: “Philosophical Papers”. Ed. D. H. Mellor. Cambridge: Cambridge University Press.

Rescher, N.; & Urquhart, A. (1971). *Temporal logic*. Wien-New York: Springer-Verlag.

Russell, B.; & Whitehead, A. (1963). *Principia mathematica*. Vol I. 2nd ed., Cambridge: Cambridge University Press.

________. (1981). *Introdução à filosofia matemática*. Giasone Rebuá (Trad.). Rio de Janeiro: Zahar.

Slater. B. G. (1995). *Paraconsistent Logics*? In Journal of Philosophical Logic. 24(15). 233-254.

Tassinari, R. P. (2014). *Introdução à lógica contemporânea*. São Paulo: UNESP.

Ueberweg, F. (1871). *System of logic and history of logical doctrines*. Thomas M. Lindsay (Trans.). London: Longmans, Green, and CO.

Varela, D. A. (2010). *Lógica paraconsistente*: lógicas da inconsistência formal e dialeteísmo. (s.l.; s.n.).

Wang, H. (1996). *A Logical journey*: from Gödel to philosophy. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology.

___________. (2011). *Against classical dialetheism.* Journal Frontiers of Philosophy in China, 6(3), pp. 492–500.

Weber, Z. (2007). *On Paraconsistent Ethics*, South African Journal of Philosophy, 26:2, 239-244.

Wittgenstein, L. (1975). *Philosophical remarks*. Trad. Raymond Hargreaves e Roger White. Oxford: Basil Blackwell.